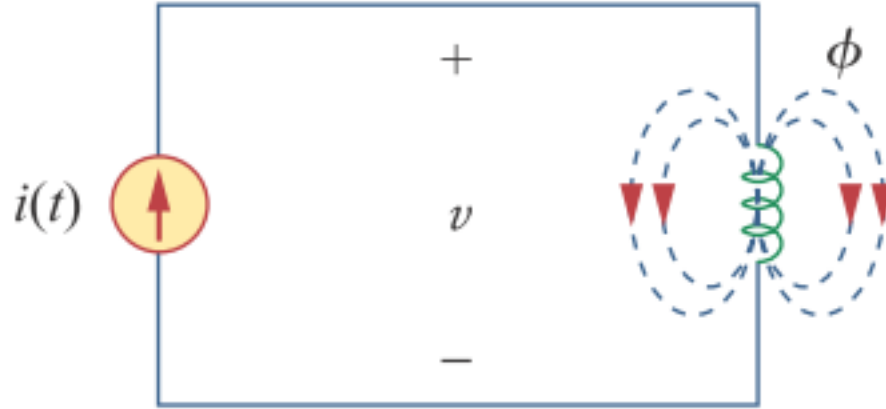


Manyetik Kuplajlı Devreler

Karşılıklı Endüktans



Bir bobin tarafından üretilen manyetik akı

$$v = N \frac{d\phi}{dt}$$

$$v = N \frac{d\phi}{di} \frac{di}{dt}$$

$$v = L \frac{di}{dt}$$

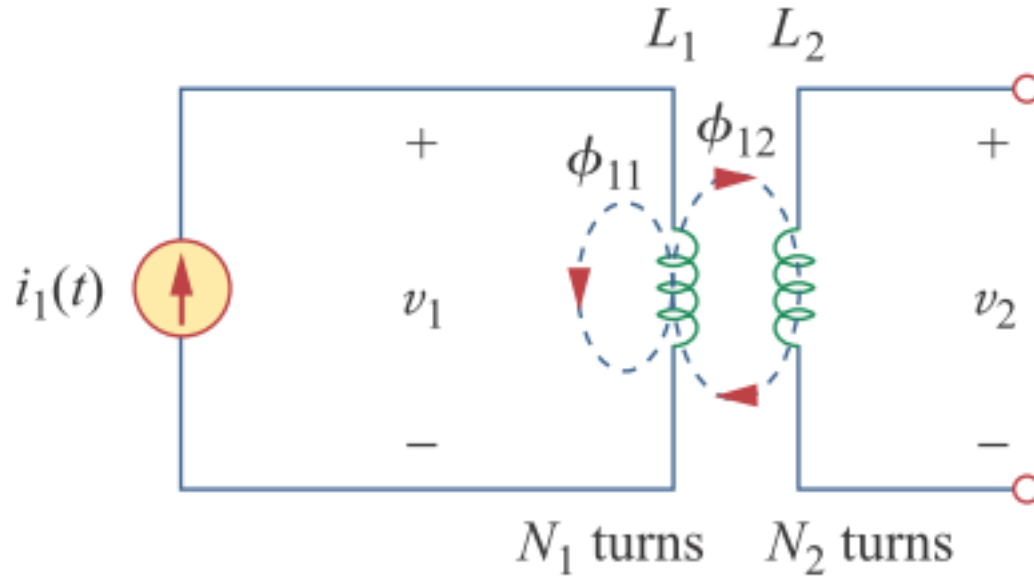
$$L = N \frac{d\phi}{di}$$

Faraday Yasası

Bobinin öz indüktansı

Manyetik Kuplajlı Devreler

Karşılıklı Endüktans



$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12}$$

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{dt}$$

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt}$$

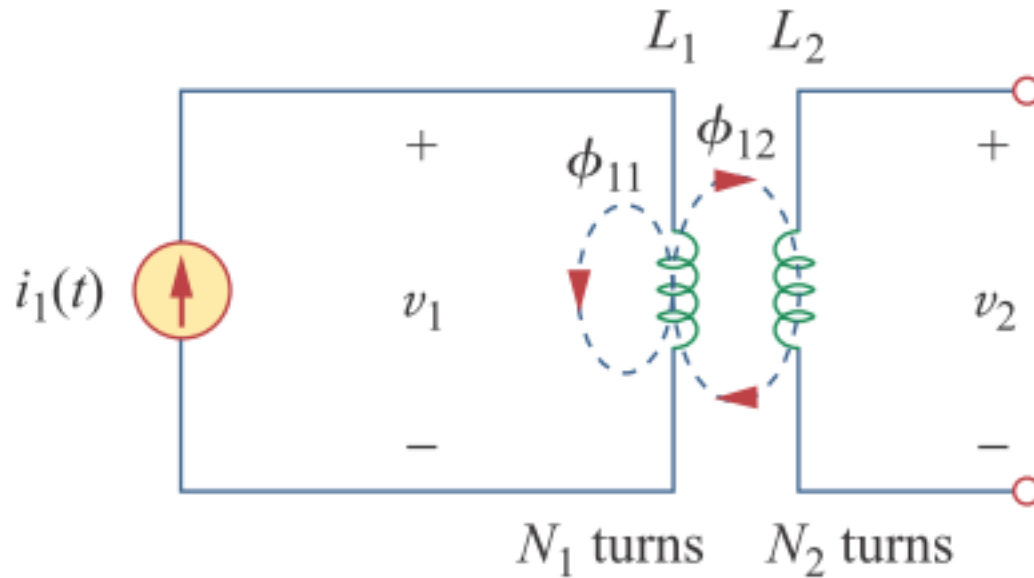
ϕ_1 iki kısımdan oluşmaktadır.

ϕ_{11} sadece 1. bobini dolaşan akı,

ϕ_{12} 1. ve 2. bobini dolaşan akıdır.

Manyetik Kuplajlı Devreler

Karşılıklı Endüktans



$$v_1 = N_1 \frac{d\phi_{11}}{di_1} \frac{di_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt}$$

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1} \frac{di_1}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

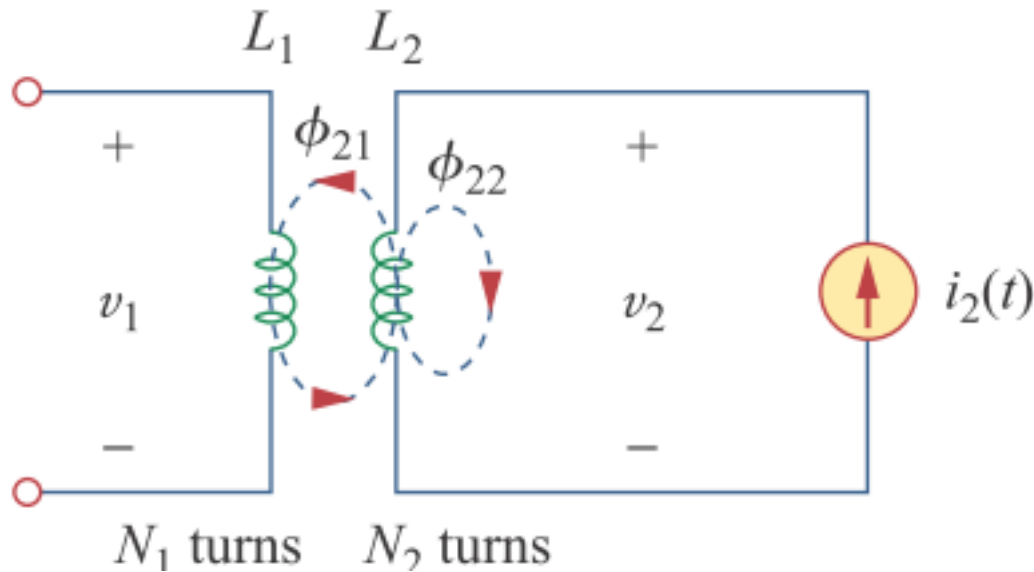
2. bobinin 1. bobinden dolayı endüktansıdır.

$$M_{21} = N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1}$$

$$v_2 = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

Manyetik Kuplajlı Devreler

Karşılıklı Endüktans



$$\phi_2 = \phi_{21} + \phi_{22}$$

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = N_2 \frac{d\phi_2}{di_2} \frac{di_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt}$$

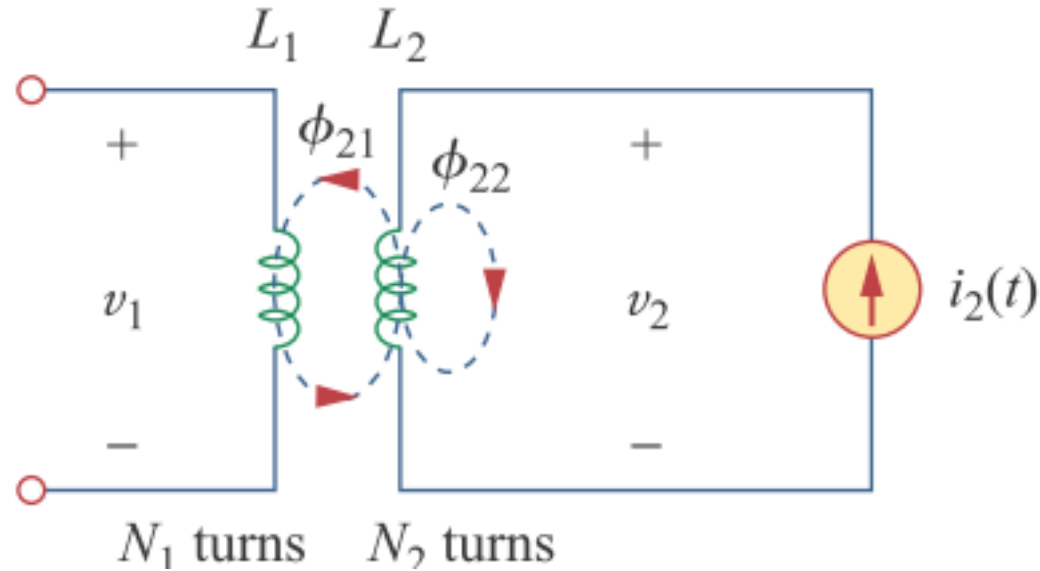
$$v_1 = N_1 \frac{d\phi_{21}}{dt} = N_1 \frac{d\phi_{21}}{di_2} \frac{di_2}{dt} = M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$M_{12} = N_1 \frac{d\phi_{21}}{di_2}$$

$$v_1 = M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

Manyetik Kuplajlı Devreler

Karşılıklı Endüktans



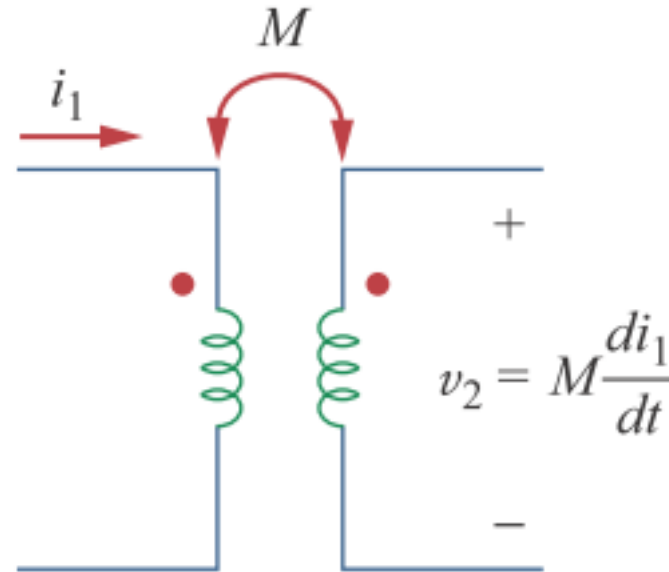
$$M_{12} = M_{21} = M$$

M iki bobin arasındaki karşılıklı endüktanstır. Karşılıklı Endüktans bir bobinin yakınlarındaki başka bir bobinde voltaj endükleyebilmesidir, birimi Henry'dir (H).

Manyetik Kuplajlı Devreler

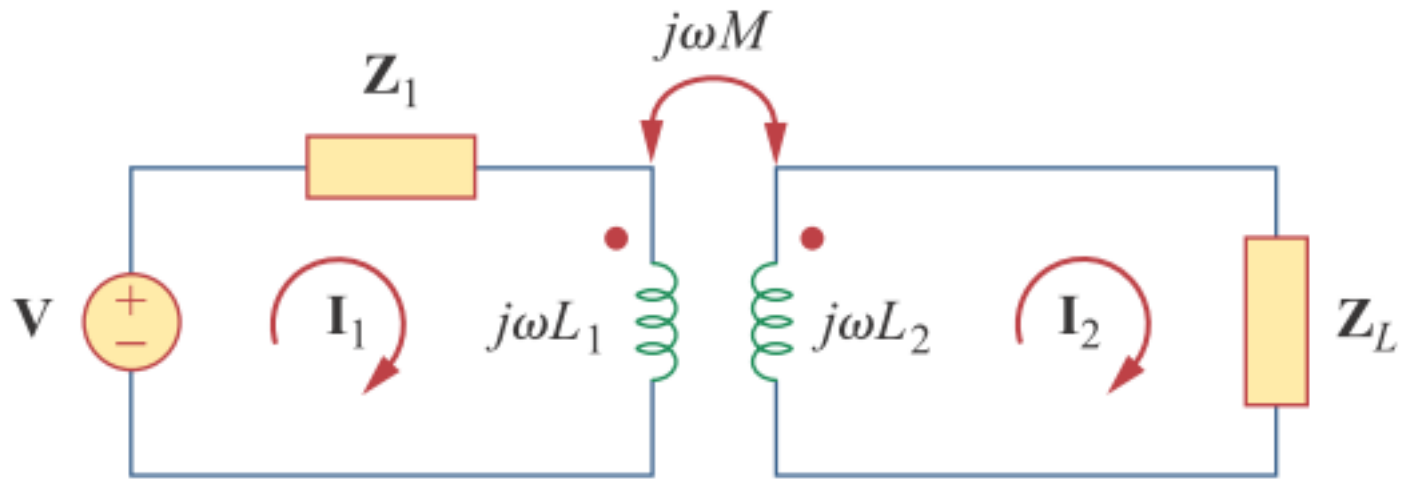
Karşılıklı Endüktans

Eğer akım bir bobinin noktalı terminalinden girerse, diğer bobinin noktalı terminalinde pozitif voltaj oluşur.



Manyetik Kuplajlı Devreler

Karşılıklı Endüktans

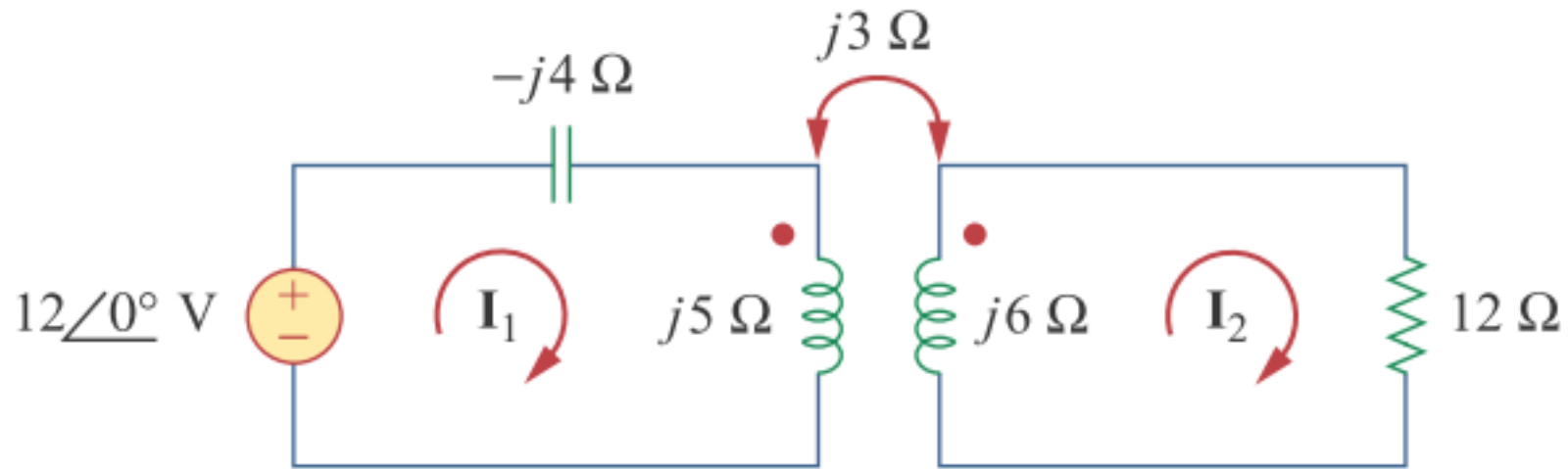


$$\mathbf{V} = (\mathbf{Z}_1 + j\omega L_1)\mathbf{I}_1 - j\omega M\mathbf{I}_2$$

$$0 = -j\omega M\mathbf{I}_1 + (\mathbf{Z}_L + j\omega L_2)\mathbf{I}_2$$

Manyetik Kuplajlı Devreler

Soru: \mathbf{I}_1 ve \mathbf{I}_2 akımlarını hesaplayınız.



$$-12 + (-j4 + j5)\mathbf{I}_1 - j3\mathbf{I}_2 = 0$$

$$j\mathbf{I}_1 - j3\mathbf{I}_2 = 12$$

$$(j2 + 4 - j3)\mathbf{I}_2 = (4 - j)\mathbf{I}_2 = 12$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{12}{4 - j} = 2.91 \angle 14.04^\circ \text{ A}$$

$$-j3\mathbf{I}_1 + (12 + j6)\mathbf{I}_2 = 0$$

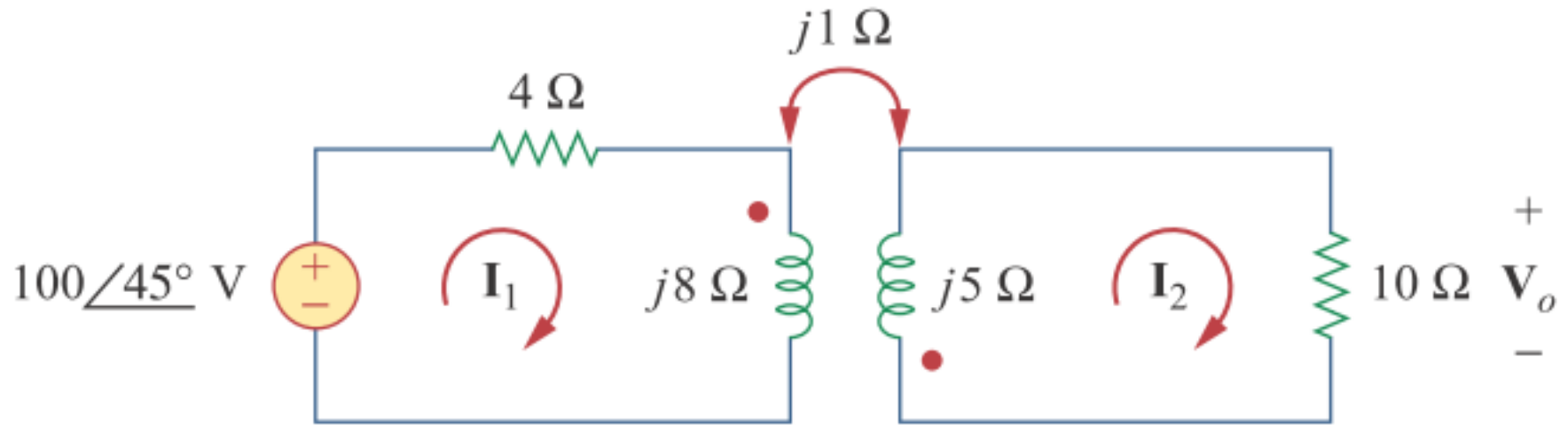
$$\mathbf{I}_1 = \frac{(12 + j6)\mathbf{I}_2}{j3} = (2 - j4)\mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{I}_1 = (2 - j4)\mathbf{I}_2$$

$$= 13.01 \angle -49.39^\circ \text{ A}$$

Manyetik Kuplajlı Devreler

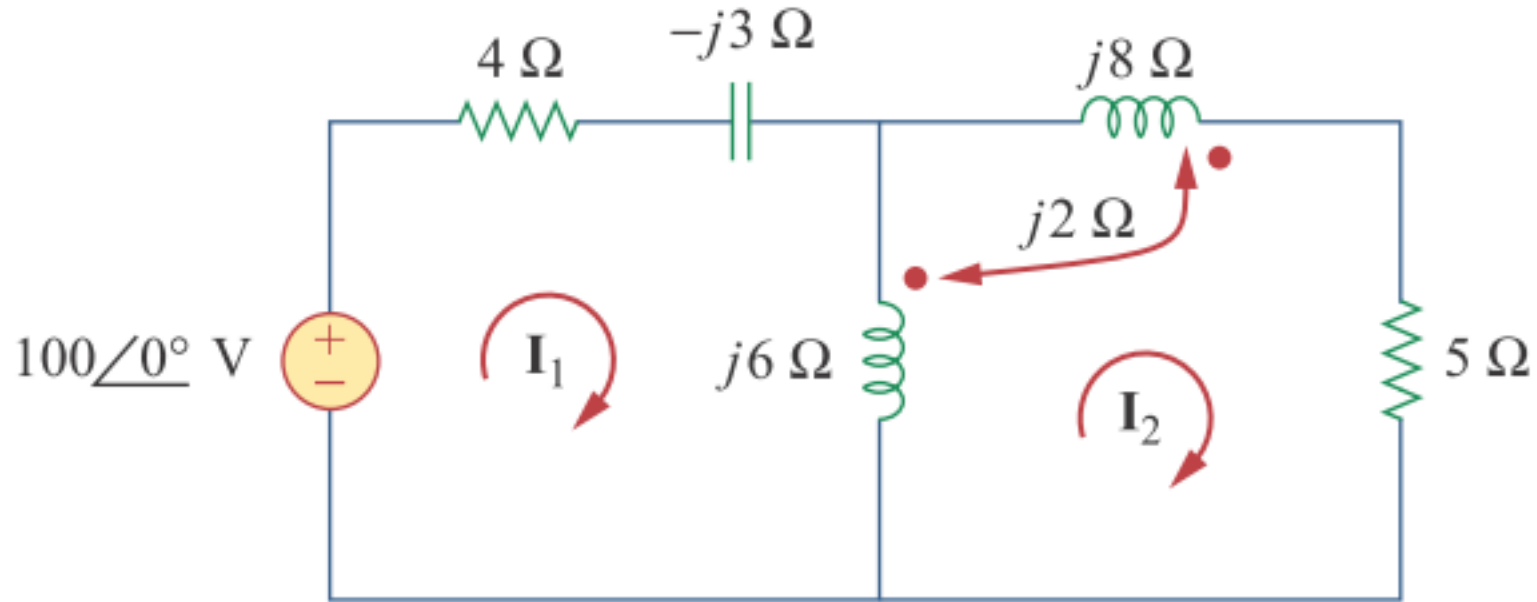
Ödev: V_o gerilimini hesaplayınız.



$$10 \angle -135^\circ \text{ V.}$$

Manyetik Kuplajlı Devreler

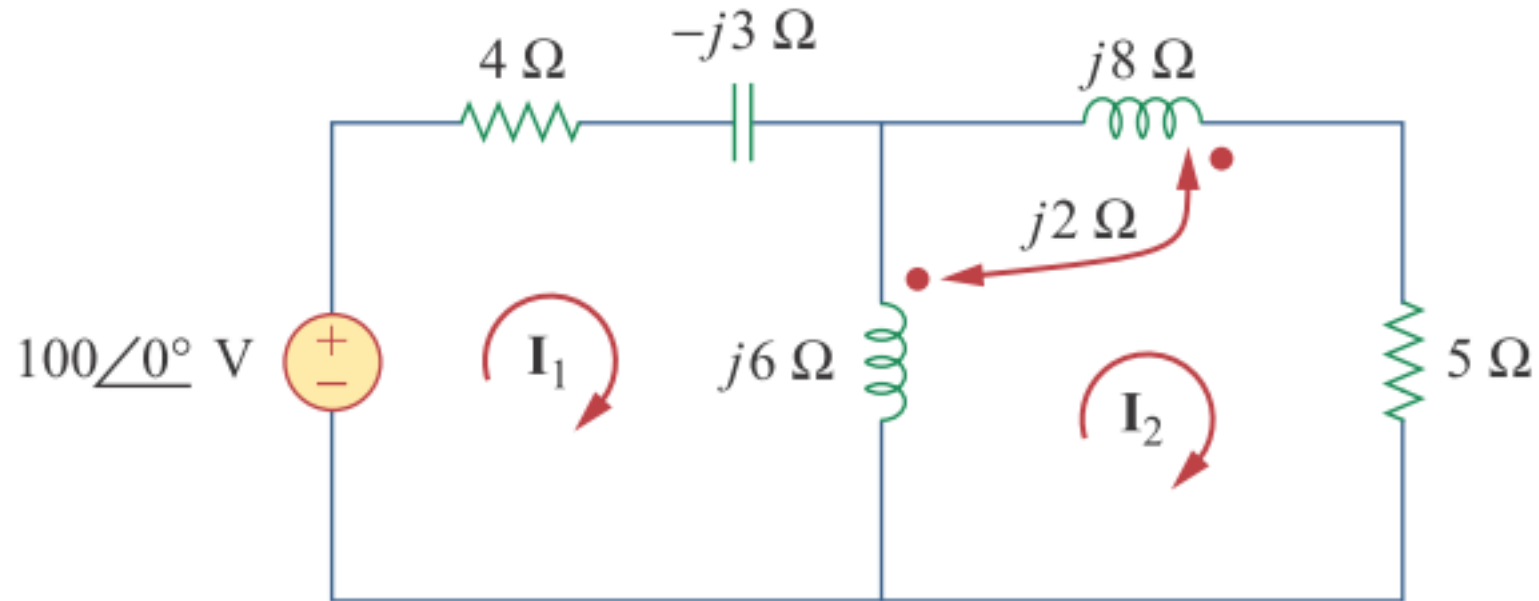
Soru: \mathbf{I}_1 , \mathbf{I}_2 akımlarını hesaplayınız.



$$-100 + \mathbf{I}_1(4 - j3 + j6) - j6\mathbf{I}_2 - j2\mathbf{I}_2 = 0$$

$$100 = (4 + j3)\mathbf{I}_1 - j8\mathbf{I}_2$$

Manyetik Kuplajlı Devreler



$$0 = -2j\mathbf{I}_1 - j6\mathbf{I}_1 + (j6 + j8 + j2 \times 2 + 5)\mathbf{I}_2$$

$$0 = -j8\mathbf{I}_1 + (5 + j18)\mathbf{I}_2$$

Manyetik Kuplajlı Devreler

$$\begin{bmatrix} 100 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + j3 & -j8 \\ -j8 & 5 + j18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 + j3 & -j8 \\ -j8 & 5 + j18 \end{vmatrix} = 30 + j87$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 100 & -j8 \\ 0 & 5 + j18 \end{vmatrix} = 100(5 + j18)$$

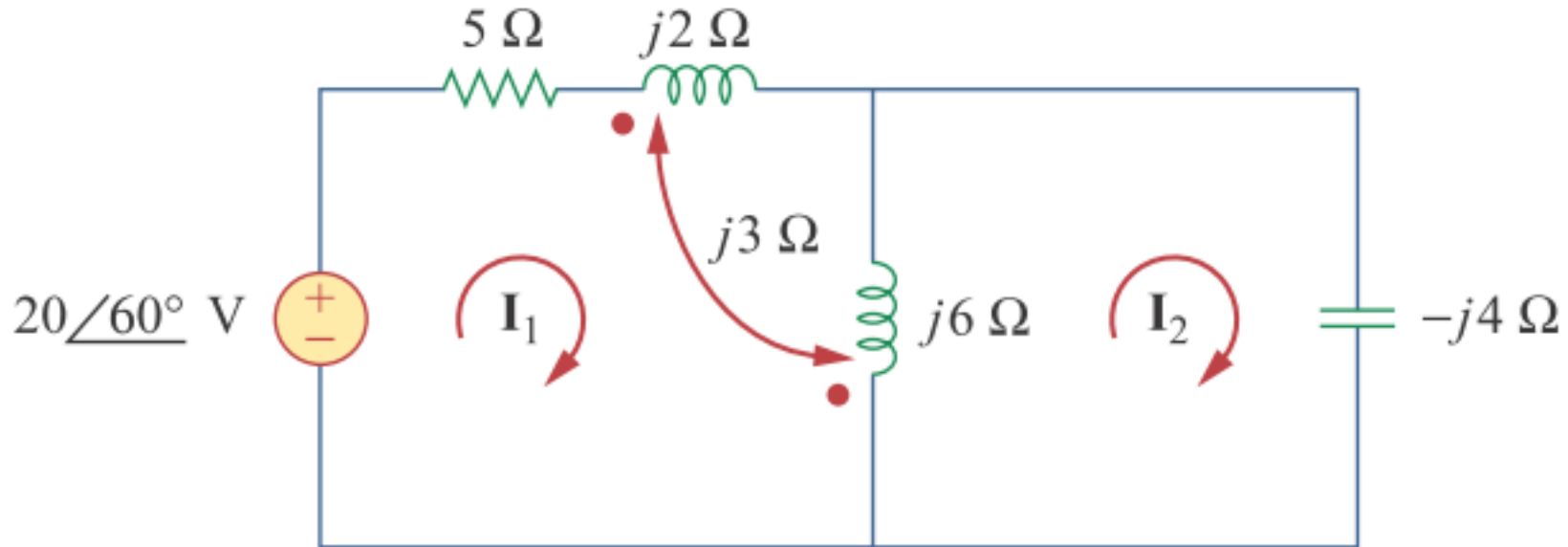
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 4 + j3 & 100 \\ -j8 & 0 \end{vmatrix} = j800$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{100(5 + j18)}{30 + j87} = \frac{1,868.2 \angle 74.5^\circ}{92.03 \angle 71^\circ} = 20.3 \angle 3.5^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{j800}{30 + j87} = \frac{800 \angle 90^\circ}{92.03 \angle 71^\circ} = 8.693 \angle 19^\circ \text{ A}$$

Manyetik Kuplajlı Devreler

Ödev: \mathbf{I}_1 , \mathbf{I}_2 akımlarını bulunuz.



$$3.583 \angle 86.56^\circ, 5.383 \angle 86.56^\circ \text{ A.}$$

Kuplaj Katsayısı

İki bobin arasındaki karşılıklı indüktans, bobinlerin geometrik ortalamalarının bir katsayı ile çarpım ile ifade edilebilir.

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}, \quad 0 \leq k \leq 1$$

k katsayısına kuplaj katsayısı denir.

Kuplaj katsayısı 1. bobinde üretilip 2. bobinden geçen akı miktarının 1. bobindeki toplam akı miktarına oranıdır.

Veya

2. bobinde üretilip 1. bobinden geçen akı miktarının 2.

bobindeki toplam akı miktarına oranıdır. $k = \frac{\phi_{12}}{\phi_1} = \frac{\phi_{21}}{\phi_2}$

Eğer $k=1$ ise mükemmel kuplaj vardır. Yani 1. bobindeki tüm akı 2. bobinden de geçmektedir.

Kuplajlı Bobinlerde Enerji

Bir bobinde depolanan enerji: $w = \frac{1}{2}Li^2$

Kuplajlı bobinlerde bobin akımlarının her ikisi de noktalı terminallerden giriş yapıyorsa toplam enerji:

$$w = \frac{1}{2}L_1i_1^2 + \frac{1}{2}L_2i_2^2 + Mi_1i_2$$

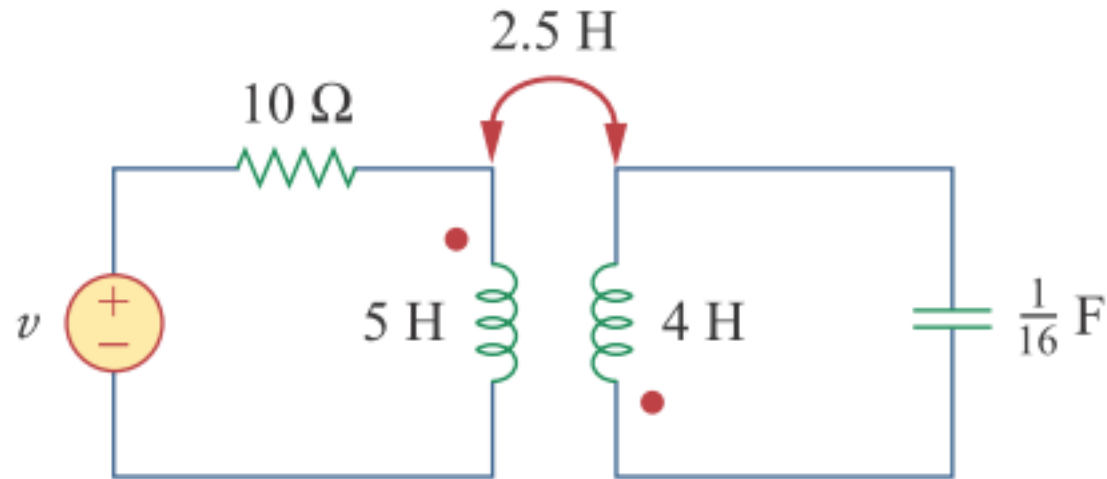
Bir akım bobinin noktalı terminalinden giriş yapıyorsa ve 2. bobindeki akım, bobini noktalı terminalden terk ediyorsa toplam enerji:

$$w = \frac{1}{2}L_1i_1^2 + \frac{1}{2}L_2i_2^2 - Mi_1i_2$$

Kuplajlı Bobinlerde Enerji

Soru: Verilen devrede kuplaj katsayısını bulunuz. $t = 1$ sn'de kuplajlı bobinlerde depolanan toplam enerjiyi bulunuz.

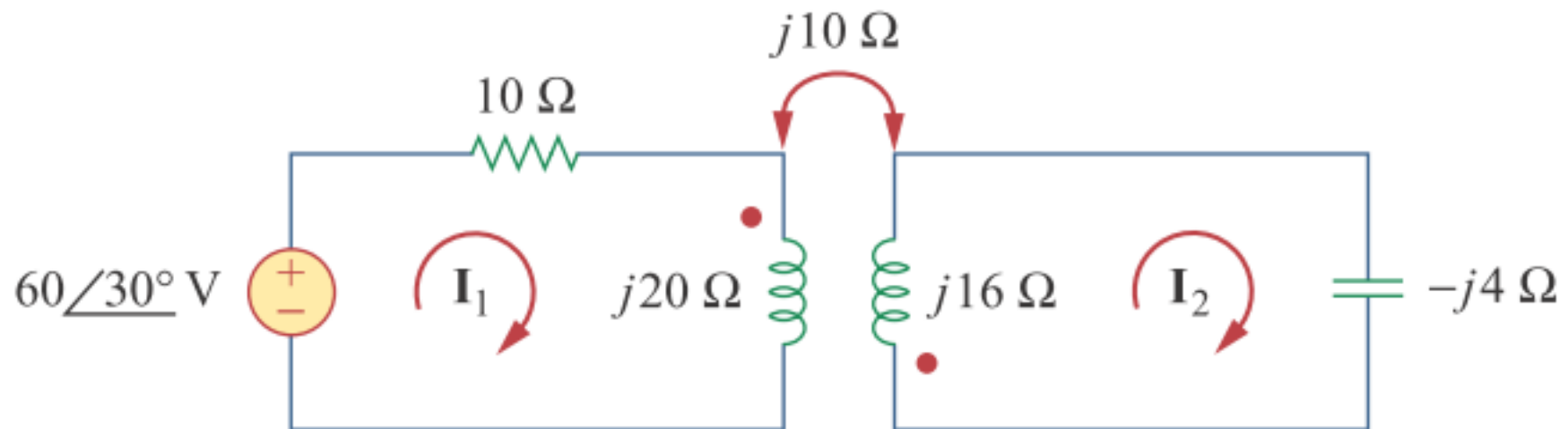
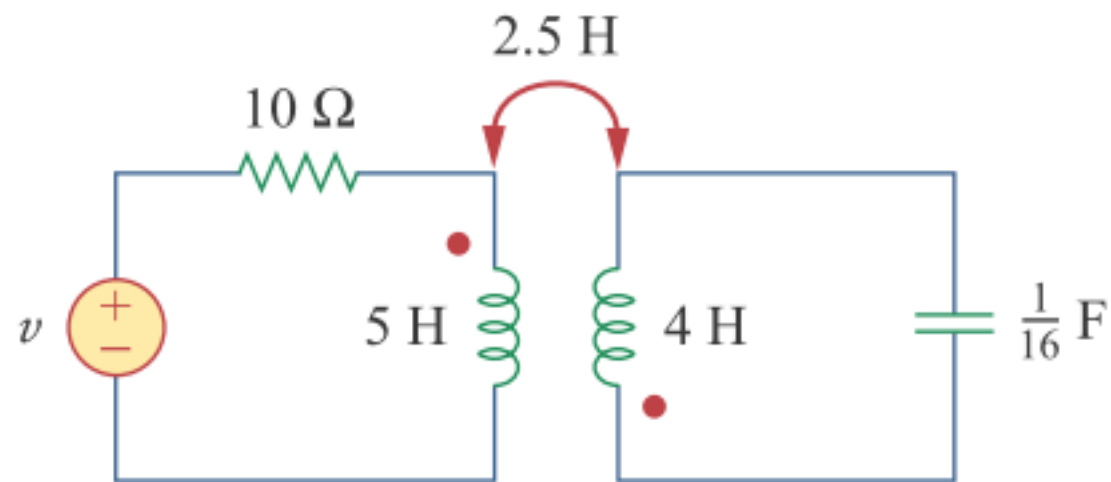
$$v = 60 \cos(4t + 30^\circ) \text{ V.}$$



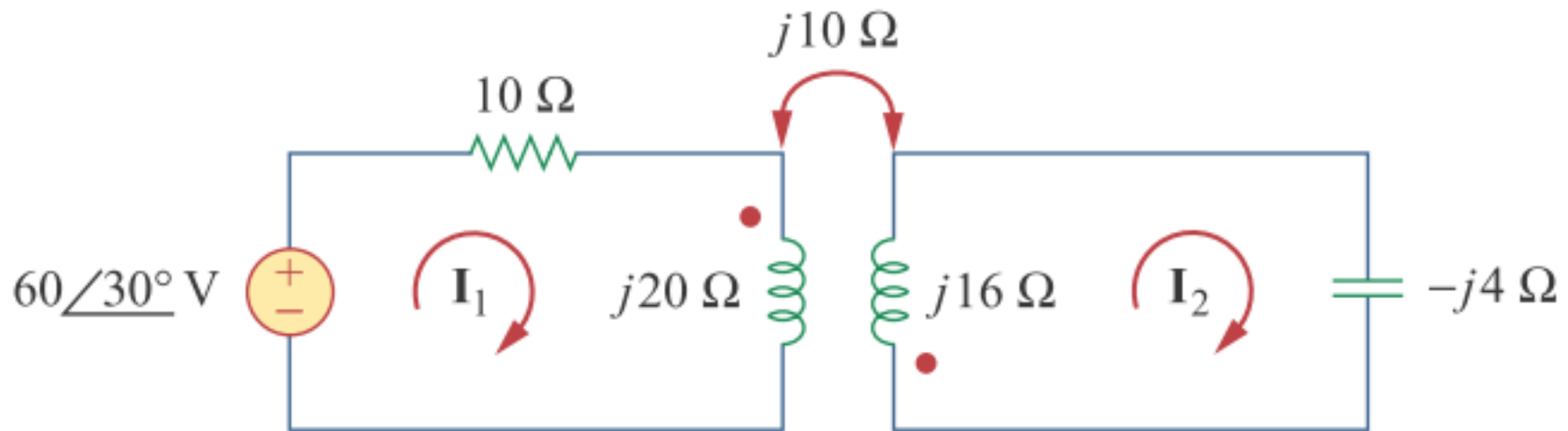
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{2.5}{\sqrt{20}} = 0.56$$

Kuplajlı Bobinlerde Enerji

$$v = 60 \cos(4t + 30^\circ) \text{ V.}$$



Kuplajlı Bobinlerde Enerji



$$(10 + j20)\mathbf{I}_1 + j10\mathbf{I}_2 = 60\angle 30^\circ$$

$$j10\mathbf{I}_1 + (j16 - j4)\mathbf{I}_2 = 0$$

$$\mathbf{I}_1 = -1.2\mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{I}_2(-12 - j14) = 60\angle 30^\circ \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_2 = 3.254\angle 160.6^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_1 = -1.2\mathbf{I}_2 = 3.905\angle -19.4^\circ \text{ A}$$

Kuplajlı Bobinlerde Enerji

$$\mathbf{I}_1 = 3.905 \angle -19.4^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_2 = 3.254 \angle 160.6^\circ \text{ A}$$

$$i_1 = 3.905 \cos(4t - 19.4^\circ), \quad i_2 = 3.254 \cos(4t + 160.6^\circ)$$

$t = 1$ sn'de kuplajlı bobinlerde depolanan toplam enerji:

$$i_1 = 3.905 \cos(229.2^\circ - 19.4^\circ) = -3.389 \text{ A}$$

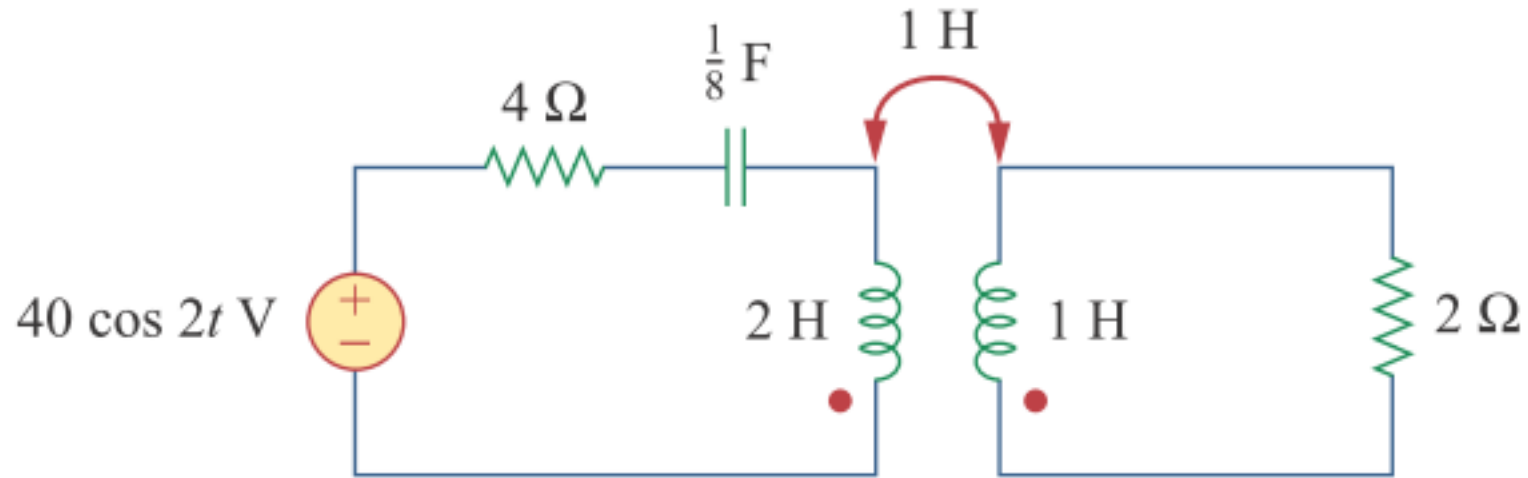
$$i_2 = 3.254 \cos(229.2^\circ + 160.6^\circ) = 2.824 \text{ A}$$

$$w = \frac{1}{2}L_1i_1^2 + \frac{1}{2}L_2i_2^2 + Mi_1i_2$$

$$= \frac{1}{2}(5)(-3.389)^2 + \frac{1}{2}(4)(2.824)^2 + 2.5(-3.389)(2.824) = 20.73 \text{ J}$$

Kuplajlı Bobinlerde Enerji

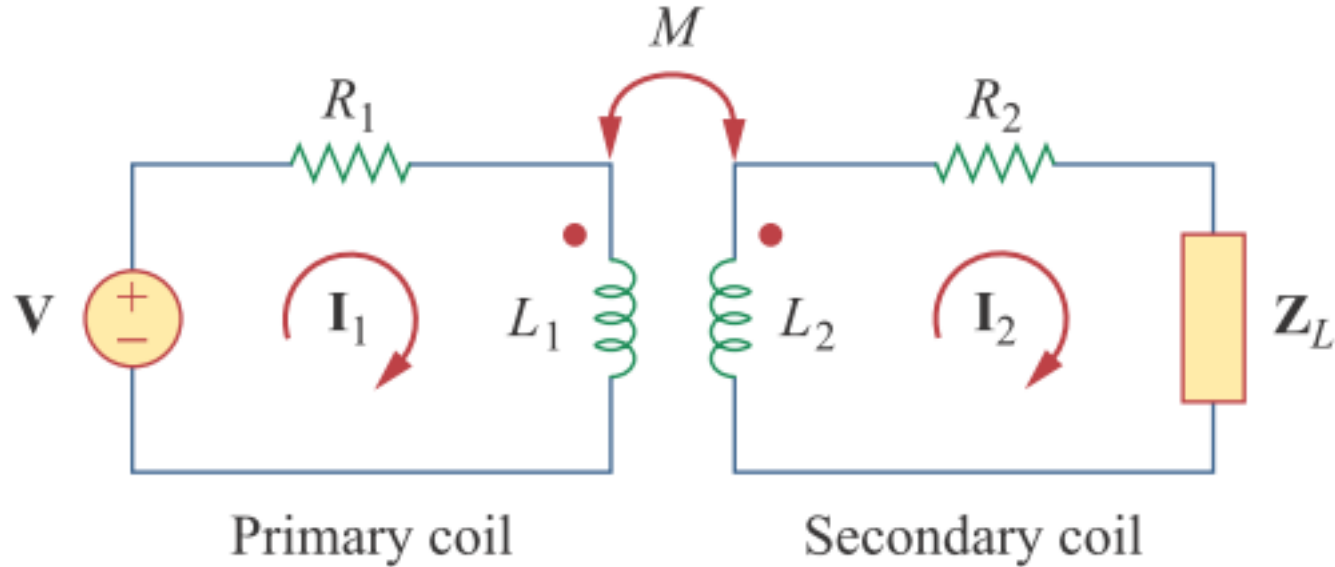
Ödev: Verilen devrede kuplaj katsayısını ve $t = 1.5$ sn'de kuplajlı bobinlerde depolanan toplam enerjiyi bulunuz.



0.7071, 39.4 J.

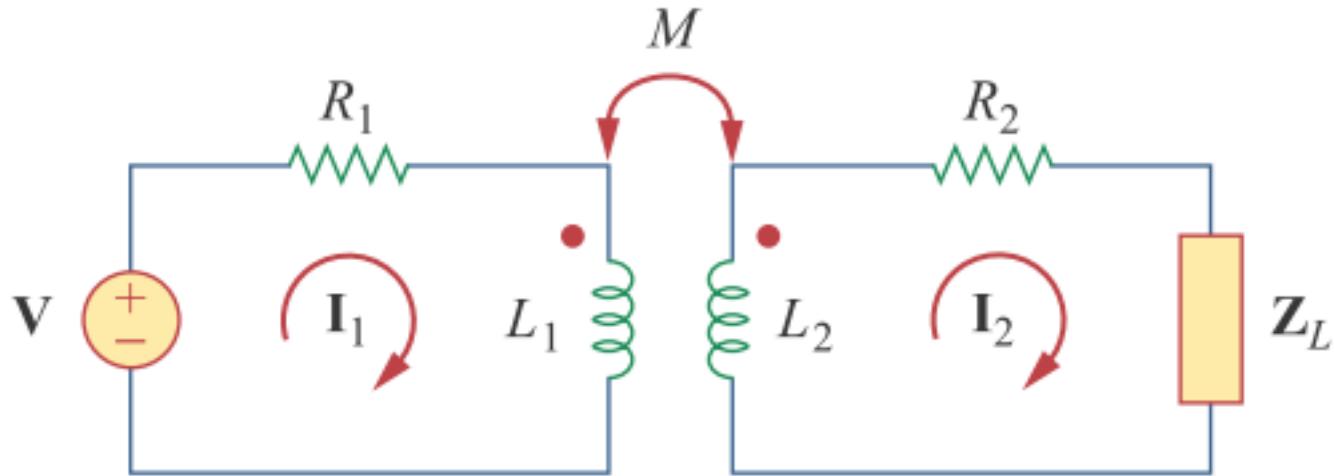
Lineer Transformatorlar

Transformatorlar genelde aralarında manyetik kuplaj bulunan iki bobinden oluşmuş dört terminalli elektrik devre elemanlarıdır.



Giriş terminalinde görülen sargılar, primer sargılar olarak isimlendirilir. R_1 ise bu sargılardan dolayı oluşan dirençtir. Benzer şekilde çıkış terminaline bağlı olan bobine sekonder sargı denir ve R_2 bu sargının direncidir.

Lineer Transformatorlar



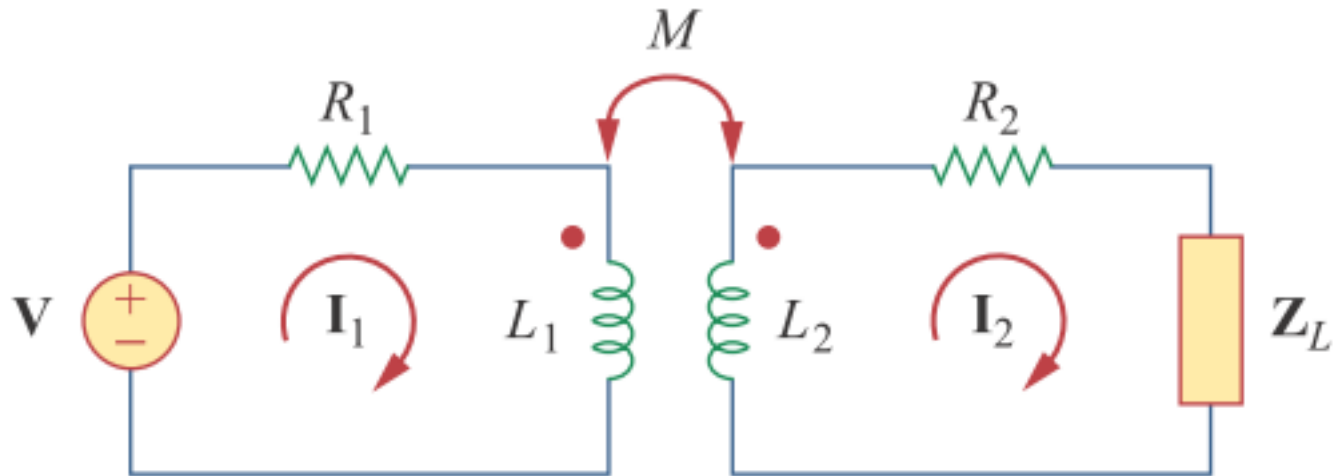
$$V = (R_1 + j\omega L_1)\mathbf{I}_1 - j\omega M\mathbf{I}_2$$

$$0 = -j\omega M\mathbf{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2 + \mathbf{Z}_L)\mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{Z}_{\text{in}} = \frac{V}{\mathbf{I}_1} = R_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2 + \mathbf{Z}_L}$$

$R_1 + j\omega L_1$ primer tarafının öz empedansıdır. Diğer terim ise sekonder devrenin giriş empedansına katkısıdır ve yansıtılmış empedans olarak adlandırılır.

Lineer Transformatorer

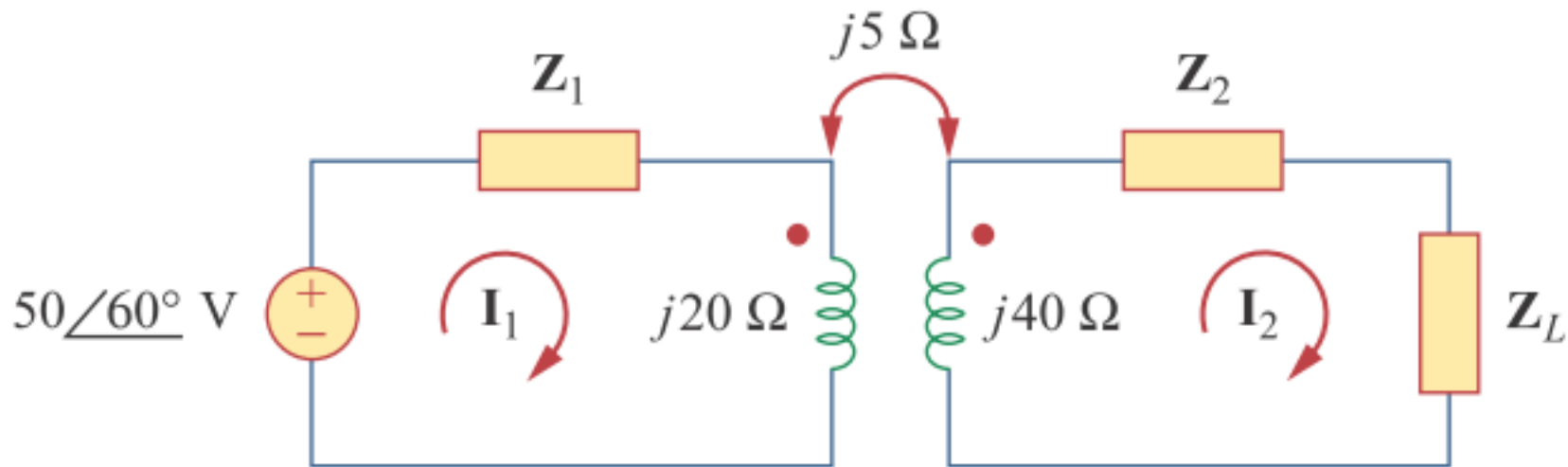


$$\mathbf{Z}_R = \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2 + \mathbf{Z}_L}$$

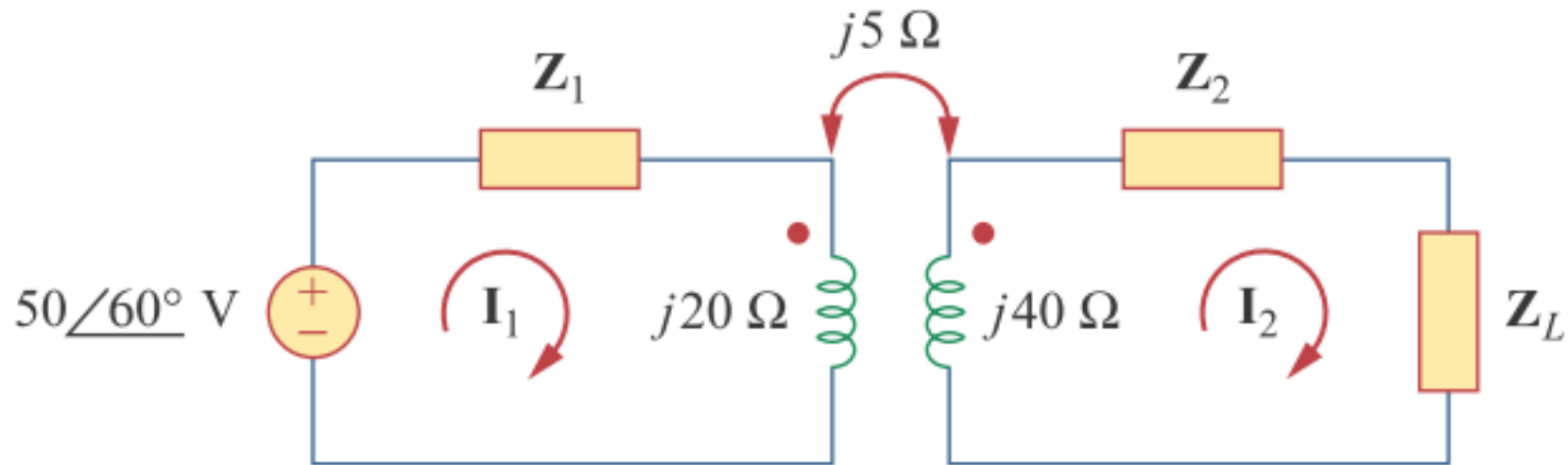
Lineer Transformatorler

Soru: Verilen devrede input empedansı ve I_1 akımını bulunuz.

$$\mathbf{Z}_1 = 60 - j100 \Omega, \mathbf{Z}_2 = 30 + j40 \Omega, \mathbf{Z}_L = 80 + j60 \Omega.$$



Lineer Transformatorer



$$\mathbf{Z}_{\text{in}} = \mathbf{Z}_1 + j20 + \frac{(5)^2}{j40 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_L}$$

$$= 60 - j100 + j20 + \frac{25}{110 + j140}$$

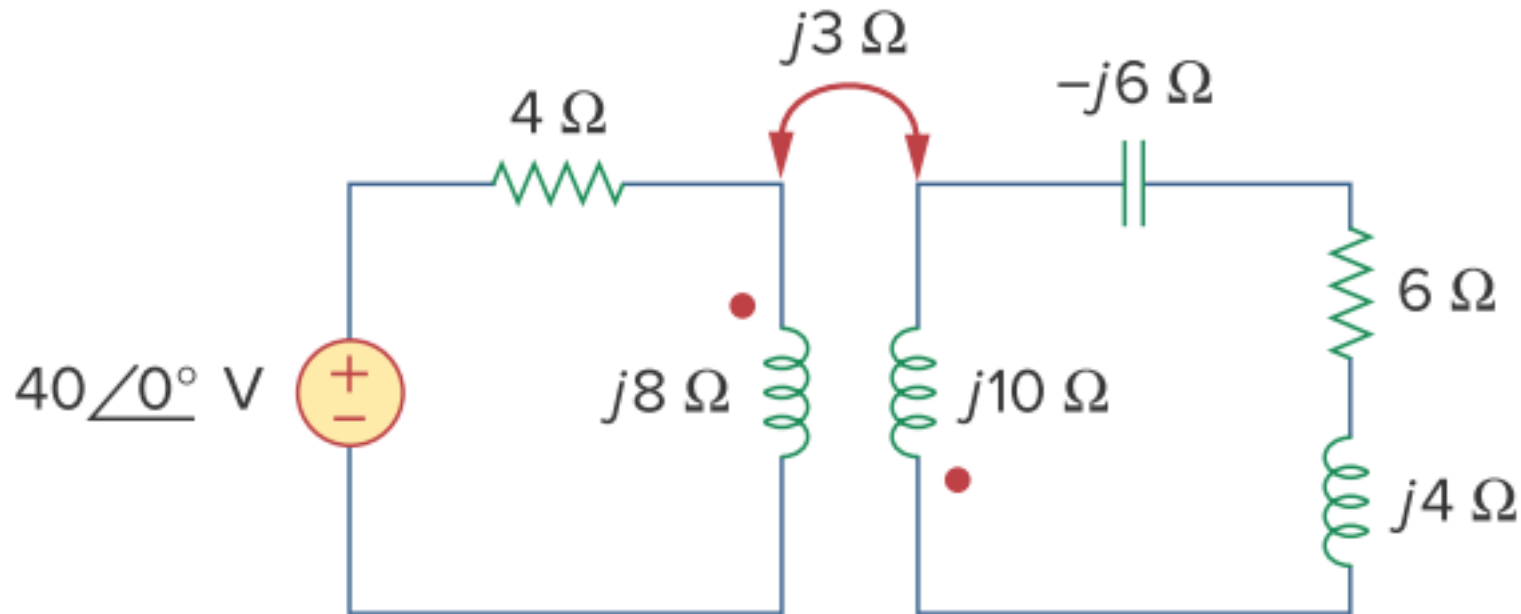
$$= 60 - j80 + 0.14 \angle -51.84^\circ$$

$$= 60.09 - j80.11 = 100.14 \angle -53.1^\circ \ \Omega$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_{\text{in}}} = \frac{50 \angle 60^\circ}{100.14 \angle -53.1^\circ} = 0.5 \angle 113.1^\circ \ \text{A}$$

Linear Transformatorler

Ödev: Verilen devrede input empedansı ve kaynaktan sağlanan akımını bulunuz.



$$8.58 \angle 58.05^\circ \Omega, 4.662 \angle -58.05^\circ \text{ A.}$$

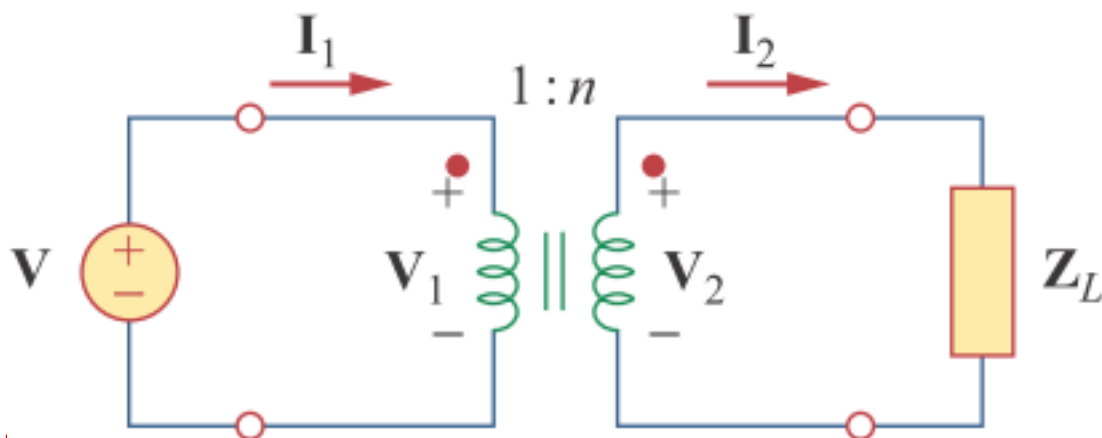
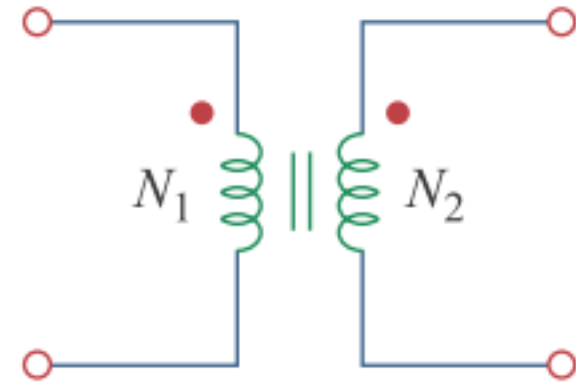
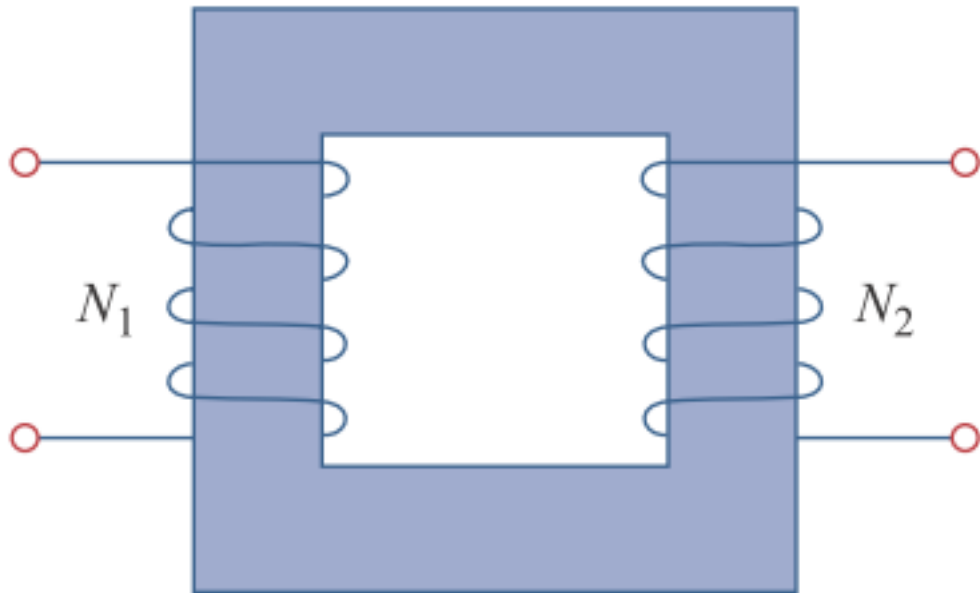
İdeal Transformatörler

Primer ve sekonder bobinlerin sarıldığı nüve manyetik geçirgenliği yüksek bir malzemedен seçilmiş ve sargılar çok sarımlı ise şu yaklaşımlar kabul edilebilir:

- Transformatör kayıpsızdır.
- Bobinler arasındaki kuplaj mükemmeldir. ($k = 1$)
- Bobinin indüktansları ve karşılıklı indüktans çok yüksektir.
($L_1 \rightarrow \infty, L_2 \rightarrow \infty, M \rightarrow \infty$)

İdeal Transformatörler

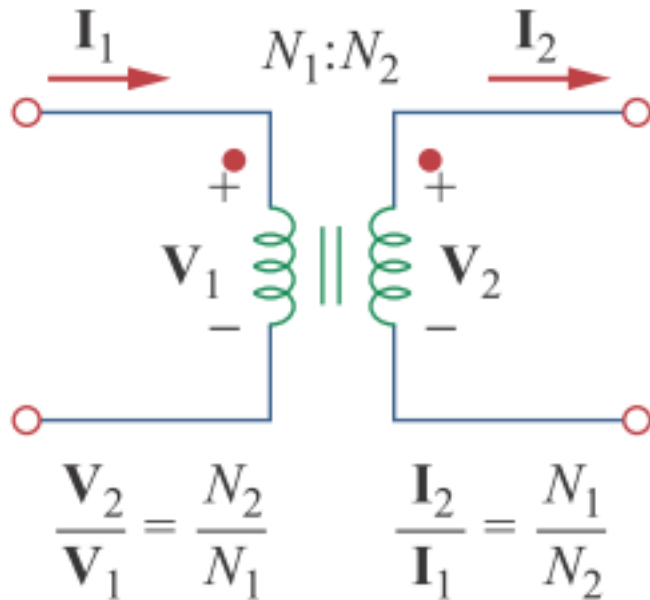
Demir nüveli transformatörler ideal transformatörlere yakın karakteristiğe sahiptir.



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} = n$$

İdeal Transformatörler

- Nokta gösterimi ideal transformatörler için de geçerlidir.

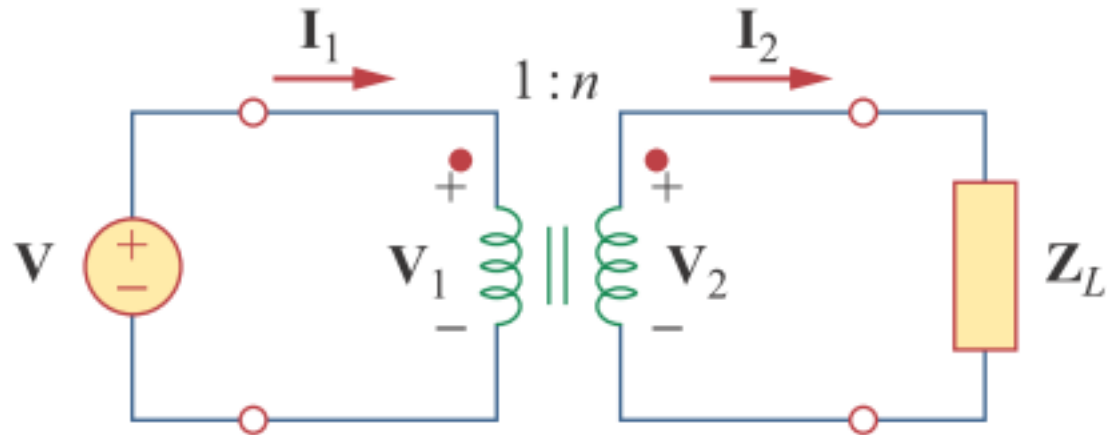


Sekonder tarafın voltajı primer taraftan daha **düşük** ise düşürücü transformatör denir.

Sekonder tarafın voltajı primer taraftan daha **yüksek** ise yükseltici transformatör denir.

$$\frac{N_2}{N_1} = n \quad V_2 = nV_1 \quad I_1 = nI_2$$

İdeal Transformatörler



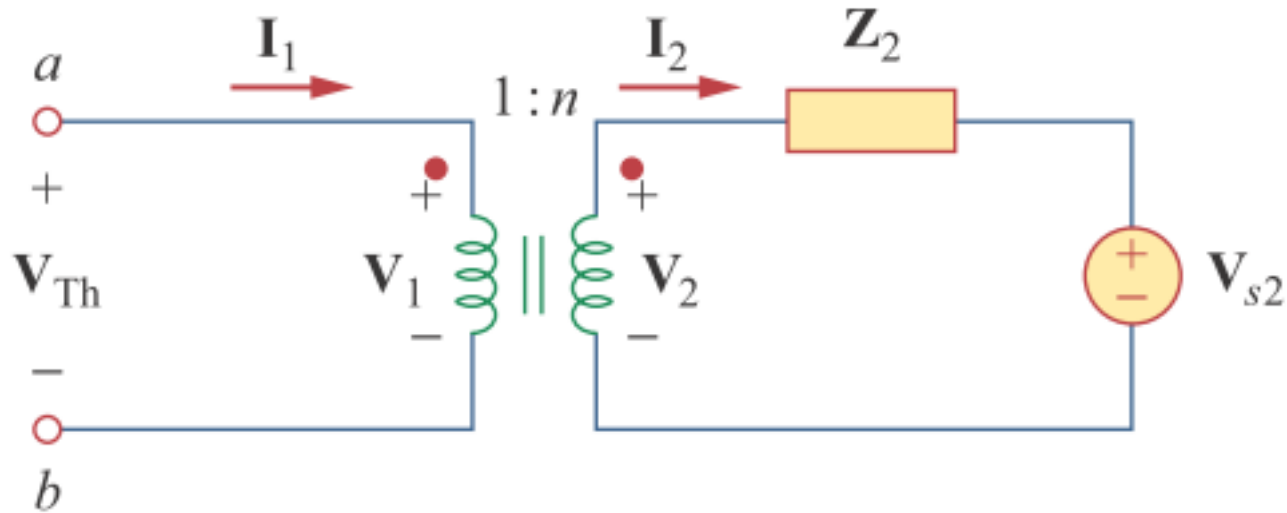
$$Z_{\text{in}} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{1}{n^2} \frac{V_2}{I_2}$$

$$Z_{\text{in}} = \frac{Z_L}{n^2}$$

Yansıyan empedans

İdeal Transformatörler

İdeal transformatörlü devrelerin Thevenin eşlenikleri:

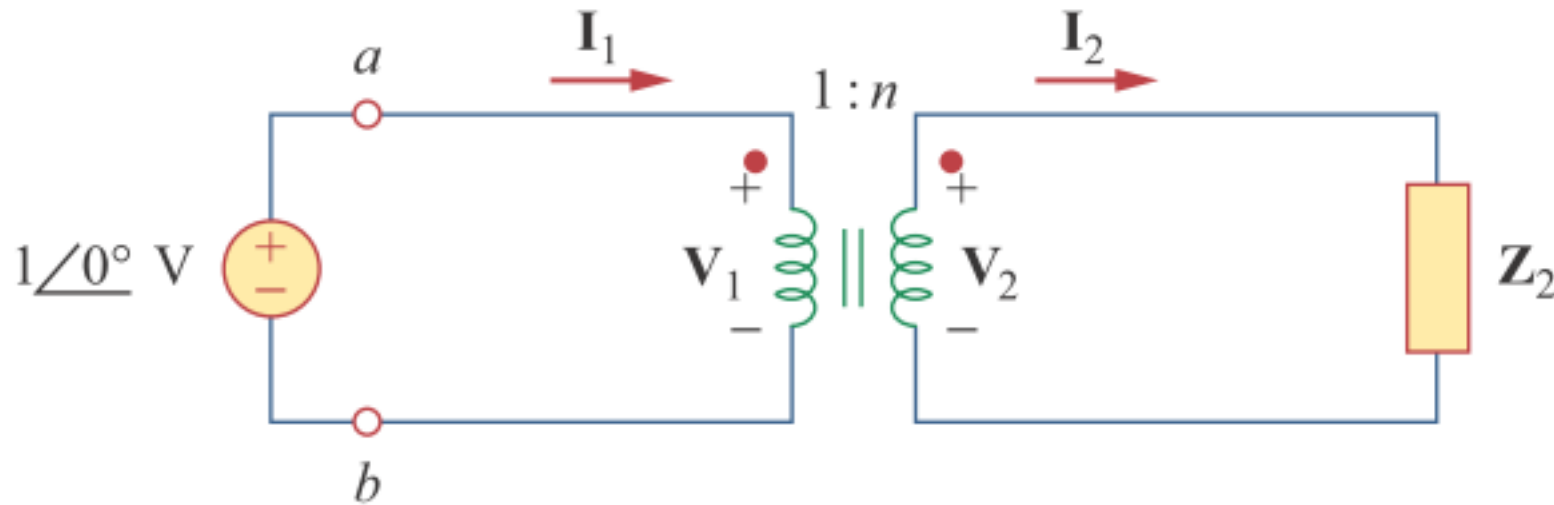


$$I_1 = 0 = I_2 \quad V_2 = V_{s2}$$

$$V_{Th} = V_1 = \frac{V_2}{n} = \frac{V_{s2}}{n}$$

İdeal Transformatörler

İdeal transformatörlü devrelerin Thevenin eşlenikleri:



$$\mathbf{Z}_{\text{Th}} = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_1} = \frac{\mathbf{V}_2/n}{n\mathbf{I}_2} = \frac{\mathbf{Z}_2}{n^2}, \quad \mathbf{V}_2 = \mathbf{Z}_2\mathbf{I}_2$$

İdeal Transformatörler

Soru: Bir ideal transformatörün değerleri 2400/120 V, 9.6 kVA ve sekonder taraftaki sargı sayısı 50 ise a) sarım oranını, b) Primer taraftaki sarım sayısını, c) Primer ve sekonder taraftaki akım değerlerini bulunuz.

İdeal Transformatörler

Düşürücü bir transformatördür.

$$n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{120}{2,400} = 0.05$$

$$n = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow 0.05 = \frac{50}{N_1}$$

$$S = V_1 I_1 = V_2 I_2 = 9.6 \text{ kVA.}$$

$$N_1 = \frac{50}{0.05} = 1,000 \text{ turns}$$

$$I_1 = \frac{9,600}{V_1} = \frac{9,600}{2,400} = 4 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{I_1}{n} = \frac{4}{0.05} = 80 \text{ A}$$

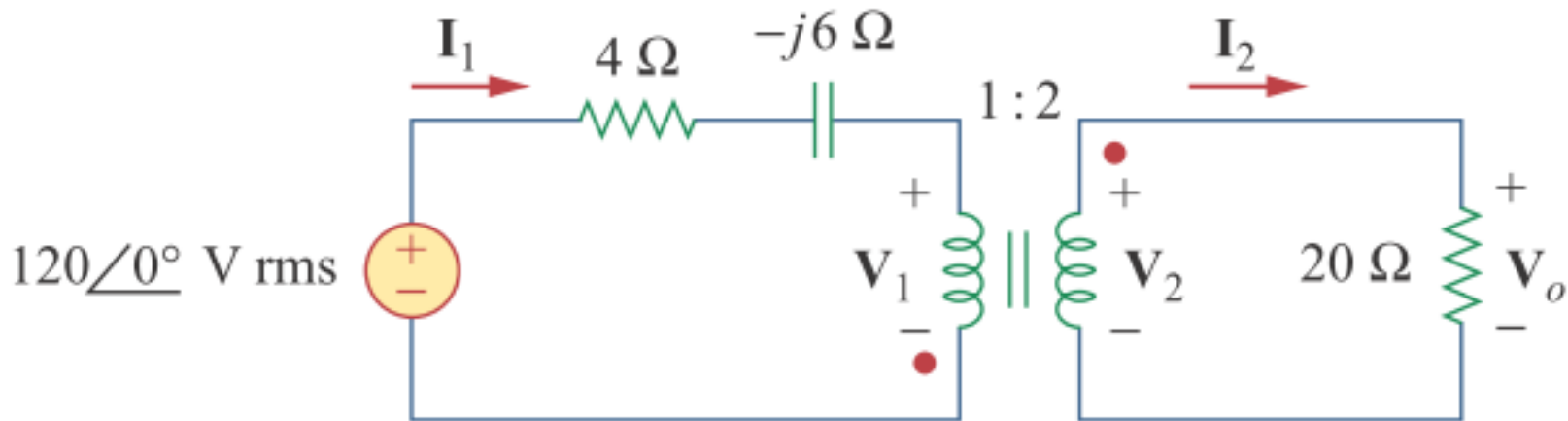
İdeal Transformatörler

Ödev: Bir ideal transformatörün değerleri 3600/120 V ve primer tarafın akımı 5A ise a) sarım oranını, b) kVA değerini, c) sekonder akımını bulunuz.

a) 1/30, b) 18 kVA, c) 150 A

İdeal Transformatörler

Soru: Verilen ideal transformatörlü devrede \mathbf{I}_1 ve \mathbf{V}_o 'ı bulunuz.



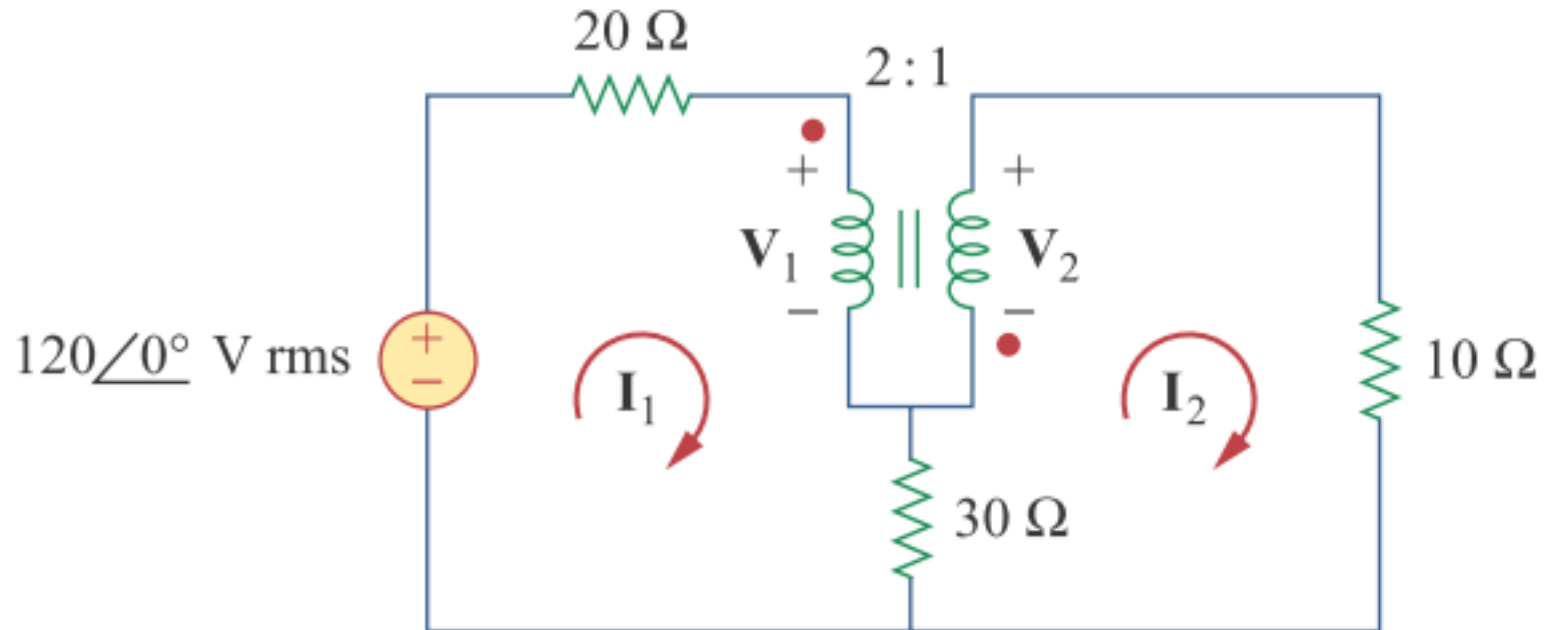
$$\mathbf{Z}_R = \frac{20}{n^2} = \frac{20}{4} = 5 \Omega$$
$$\mathbf{Z}_{\text{in}} = 4 - j6 + \mathbf{Z}_R = 9 - j6 = 10.82 \angle -33.69^\circ \Omega$$
$$\mathbf{I}_1 = \frac{120 \angle 0^\circ}{\mathbf{Z}_{\text{in}}} = \frac{120 \angle 0^\circ}{10.82 \angle -33.69^\circ} = 11.09 \angle 33.69^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_2 = -\frac{1}{n} \mathbf{I}_1 = -5.545 \angle 33.69^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{V}_o = 20 \mathbf{I}_2 = 110.9 \angle 213.69^\circ \text{ V}$$

İdeal Transformatörler

Soru: I_2 'yi bulunuz.



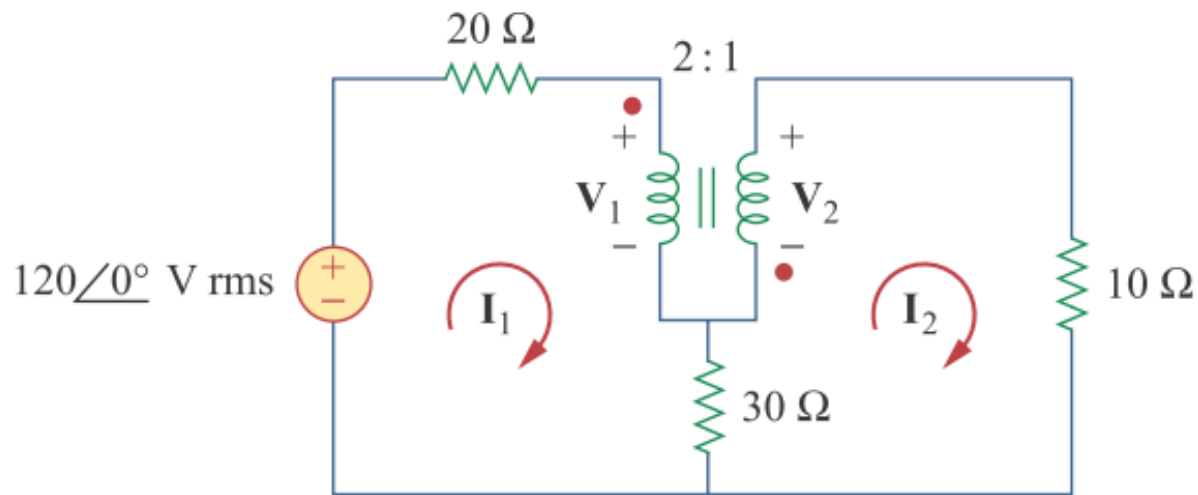
$$-120 + (20 + 30)\mathbf{I}_1 - 30\mathbf{I}_2 + \mathbf{V}_1 = 0$$

$$50\mathbf{I}_1 - 30\mathbf{I}_2 + \mathbf{V}_1 = 120$$

$$-\mathbf{V}_2 + (10 + 30)\mathbf{I}_2 - 30\mathbf{I}_1 = 0$$

$$-30\mathbf{I}_1 + 40\mathbf{I}_2 - \mathbf{V}_2 = 0$$

Ideal Transformatörler



$$\mathbf{V}_2 = -\frac{1}{2}\mathbf{V}_1$$

$$\mathbf{I}_2 = -2\mathbf{I}_1$$

$$50\mathbf{I}_1 - 30\mathbf{I}_2 + \mathbf{V}_1 = 120$$

$$-55\mathbf{I}_2 - 2\mathbf{V}_2 = 120$$

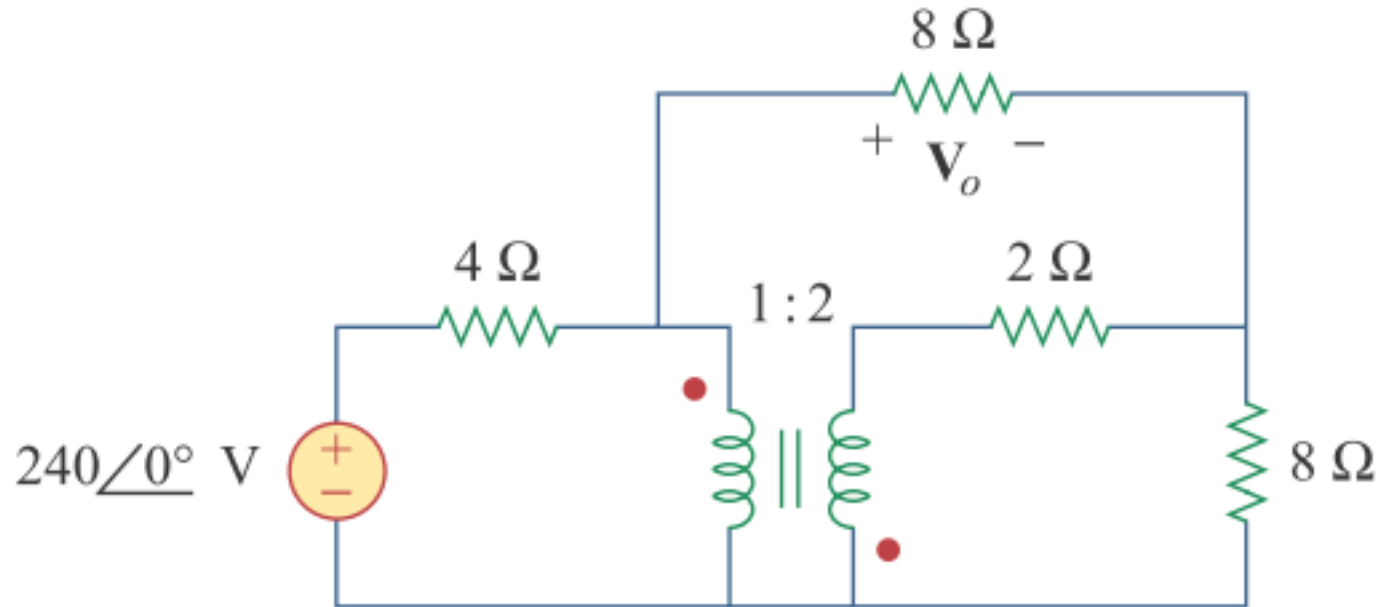
$$-30\mathbf{I}_1 + 40\mathbf{I}_2 - \mathbf{V}_2 = 0$$

$$15\mathbf{I}_2 + 40\mathbf{I}_2 - \mathbf{V}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V}_2 = 55\mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{I}_2 = -\frac{120}{165} = -0.7272 \text{ A}$$

İdeal Transformatörler

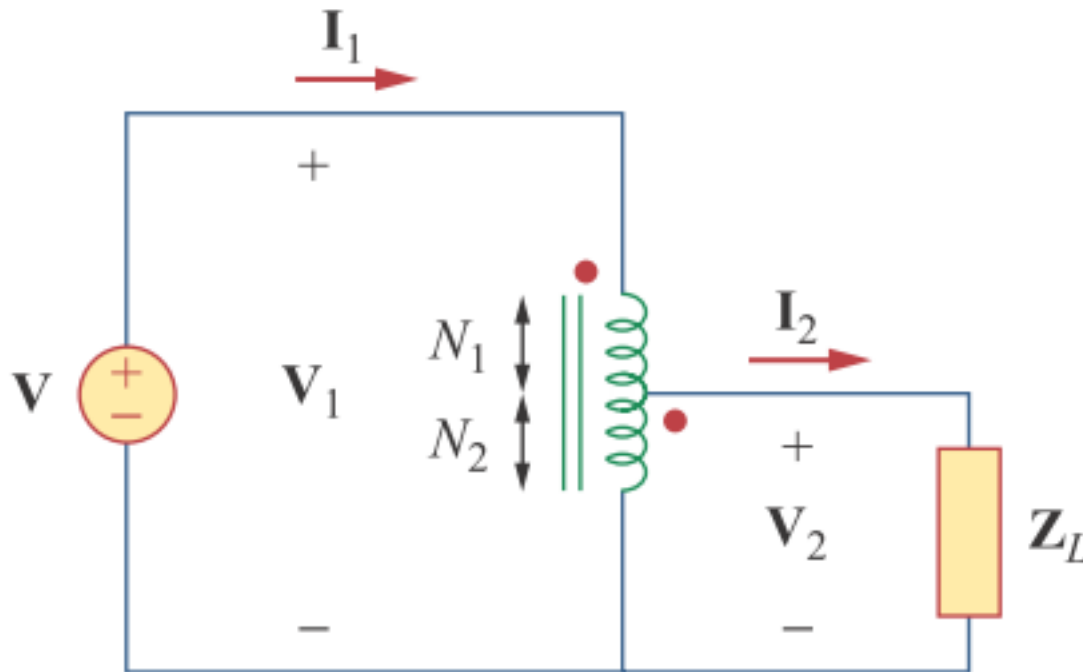
Ödev: Devrede V_o 'yi bulunuz



96 V.

İdeal Ototransformatörler

Primer ve sekonderin tek bir sargıda olduğu transformatörlere ototransformatörler denir.

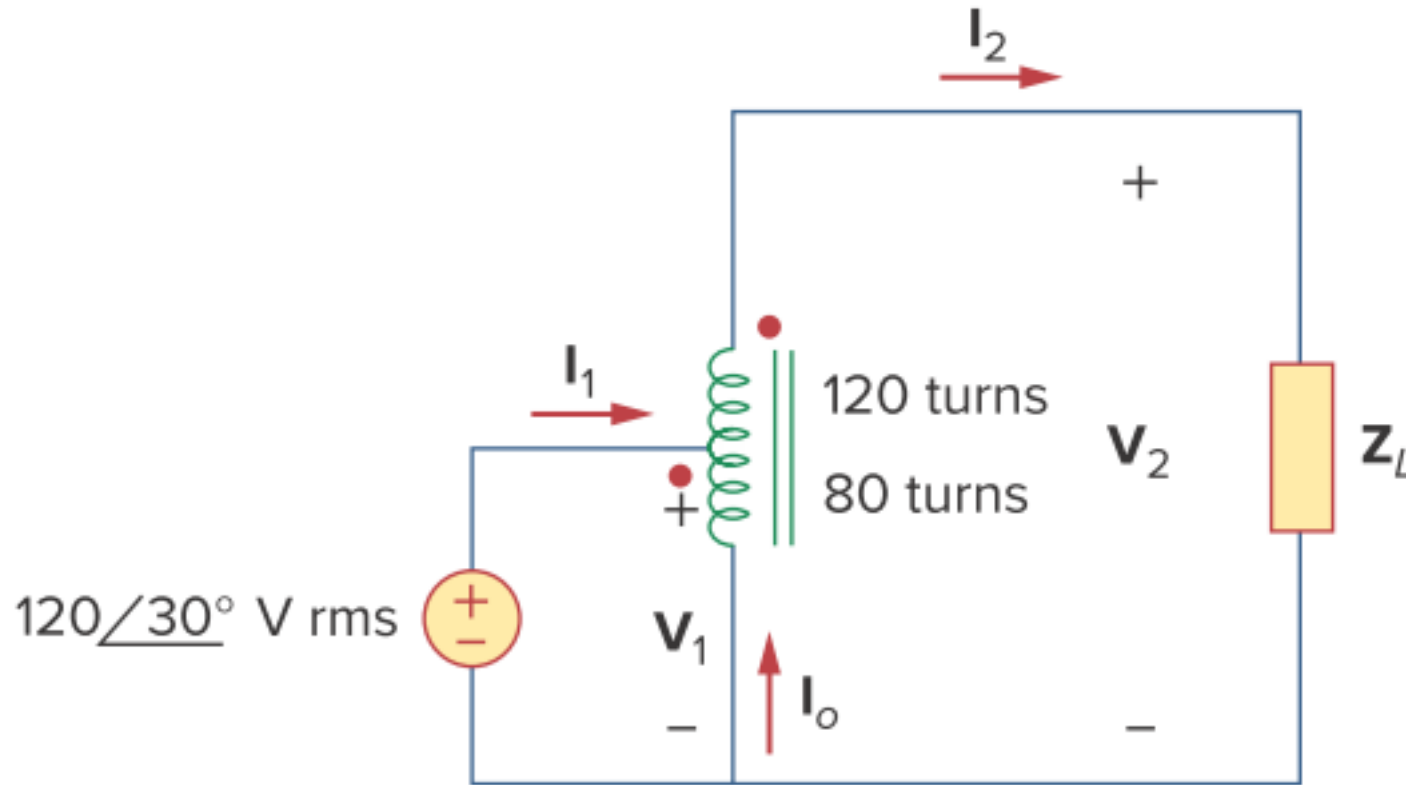


$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} = 1 + \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1 + N_2}$$

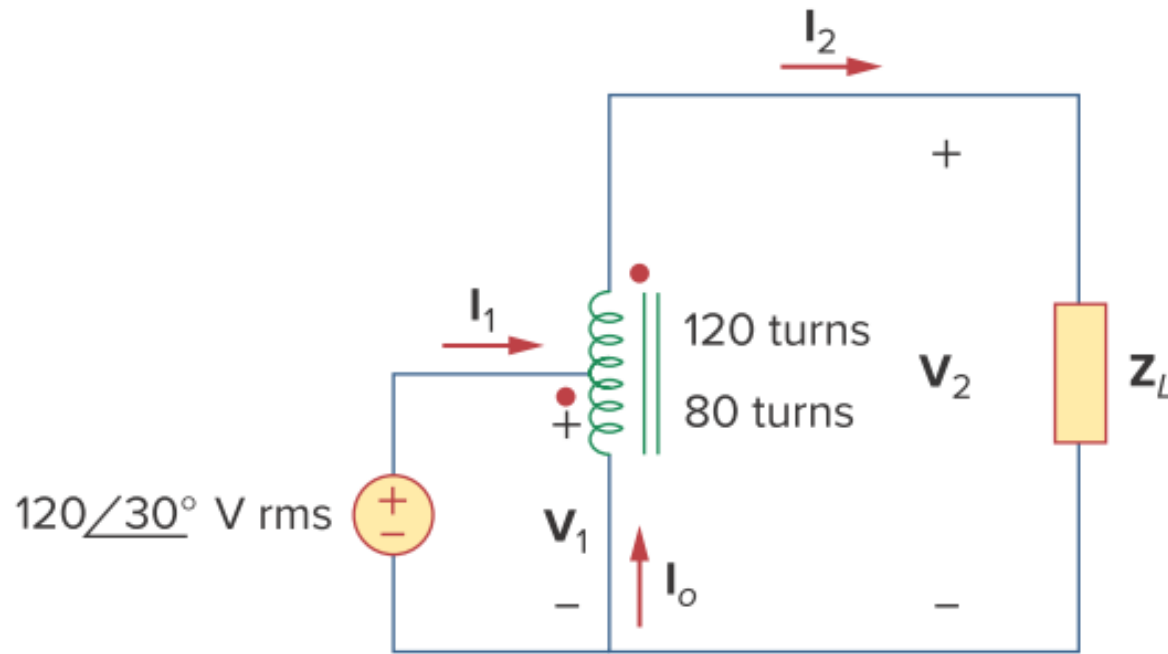
İdeal Ototransformatörler

Soru: $\mathbf{Z}_L = 8 + j6$ ise V_2 gerilimi ve \mathbf{I}_1 , \mathbf{I}_2 , \mathbf{I}_o akımlarını hesaplayınız.



$$\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{V}_2} = \frac{N_1}{N_1 + N_2} = \frac{80}{200} \quad \mathbf{V}_2 = \frac{200}{80} \mathbf{V}_1 = \frac{200}{80} (120 \angle 30^\circ) = 300 \angle 30^\circ \text{ V}$$

İdeal Ototransformatörler



$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{Z}_L} = \frac{300 \angle 30^\circ}{8 + j6} = \frac{300 \angle 30^\circ}{10 \angle 36.87^\circ} = 30 \angle -6.87^\circ \text{ A}$$

$$\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{I}_2} = \frac{N_1 + N_2}{N_1} = \frac{200}{80}$$

$$\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_o = \mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{I}_o = \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1 = 45 \angle 173.13^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{200}{80} \mathbf{I}_2 = \frac{200}{80} (30 \angle -6.87^\circ) = 75 \angle -6.87^\circ \text{ A}$$