

# Sinusoidal Kararlı Durum Güç Analizi

---

Ani Güç

$$p = vi.$$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$p(t) = v(t)i(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) + \cos(A + B)]$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)$$

# Ortalama Güç

---

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)$$

Ortalama güç, ani gücün bir periyottaki ortalamasıdır.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

$$P = \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) dt}_{\frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)} + \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) dt}_{\text{Bir periyot boyunca bir sinusoidin integrali 0'dır.}}$$

$$\frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Bir periyot boyunca bir sinusoidin integrali 0'dır.

# Ortalama Güç

---

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$\mathbf{V} = V_m \underline{\angle \theta_v} \quad \mathbf{I} = I_m \underline{\angle \theta_i}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \mathbf{V} \mathbf{I}^* &= \frac{1}{2} V_m I_m \underline{\angle \theta_v - \theta_i} \\ &= \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + j \sin(\theta_v - \theta_i)] \end{aligned}$$

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\mathbf{V} \mathbf{I}^*] = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

# Ortalama Güç

---

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Eğer devrede sadece direnç varsa, voltaj ve akım aynı fazda olacaktır.

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m = \frac{1}{2} I_m^2 R = \frac{1}{2} |\mathbf{I}|^2 R$$

Eğer devrede sadece kapasitör ve bobin varsa:  $\theta_v - \theta_i = \pm 90^\circ$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos 90^\circ = 0$$

Yani: resistif bir yük her zaman güç tüketir, reaktif yük 0 ortalama güç tüketir.

# Ortalama Güç

Soru: Verilen akım ve voltaj değerlerine göre devrenin tükettiği ani ve ortalama gücü bulunuz.

$$v(t) = 120 \cos(377t + 45^\circ) \text{ V} \quad \text{and} \quad i(t) = 10 \cos(377t - 10^\circ) \text{ A}$$

$$p = vi = 1200 \cos(377t + 45^\circ) \cos(377t - 10^\circ)$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A + B) + \cos(A - B)]$$

$$p = 600 [\cos(754t + 35^\circ) + \cos 55^\circ]$$

$$p(t) = 344.2 + 600 \cos(754t + 35^\circ) \text{ W} \quad \text{ani güç}$$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{1}{2} 120(10) \cos[45^\circ - (-10^\circ)]$$

$$= 600 \cos 55^\circ = 344.2 \text{ W}$$

ortalama güç

# Ortalama Güç

---

Ödev: Verilen akım ve voltaj değerlerine göre devrenin tükettiği ani ve ortalama gücü bulunuz.

$$v(t) = 165 \cos(10t + 20^\circ) \text{ V} \quad \text{and} \quad i(t) = 20 \sin(10t + 60^\circ) \text{ A}$$

$$1.0606 + 1.65 \cos(20t - 10^\circ) \text{ kW}, 1.0606 \text{ kW}.$$

## Ortalama Güç

---

Soru: Verilen empedansın tüketeceği ortalama gücü bulunuz.

$$\mathbf{Z} = 30 - j70 \Omega \quad \mathbf{V} = 120 \angle 0^\circ$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = \frac{120 \angle 0^\circ}{30 - j70} = \frac{120 \angle 0^\circ}{76.16 \angle -66.8^\circ} = 1.576 \angle 66.8^\circ \text{ A}$$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{1}{2} (120)(1.576) \cos(0 - 66.8^\circ) = 37.24 \text{ W}$$

# Ortalama Güç

---

Ödev: Verilen empedansın tüketeceği ortalama gücü bulunuz.

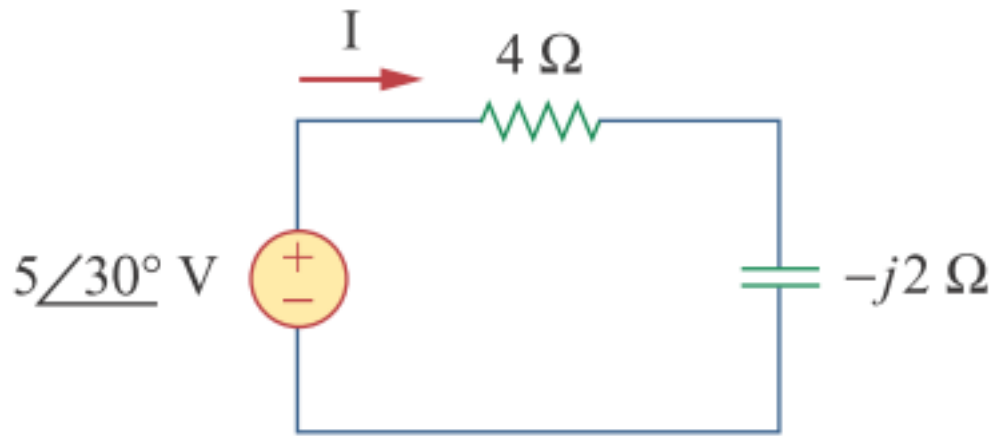
$$\mathbf{Z} = 40 \angle -22^\circ \Omega$$

3.709 kW.



# Ortalama Güç

Soru: Verilen devrede kaynak tarafından sağlanan gücü ve direncin tükettiği gücü hesaplayınız.

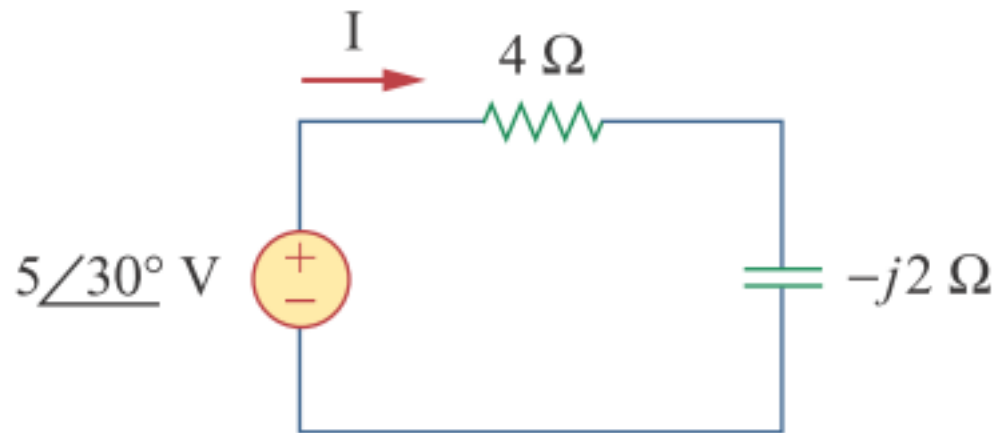


$$\mathbf{I} = \frac{5\angle 30^\circ}{4 - j2} = \frac{5\angle 30^\circ}{4.472\angle -26.57^\circ} = 1.118\angle 56.57^\circ \text{ A}$$

$$P = \frac{1}{2}(5)(1.118) \cos(30^\circ - 56.57^\circ) = 2.5 \text{ W}$$

# Ortalama Güç

---

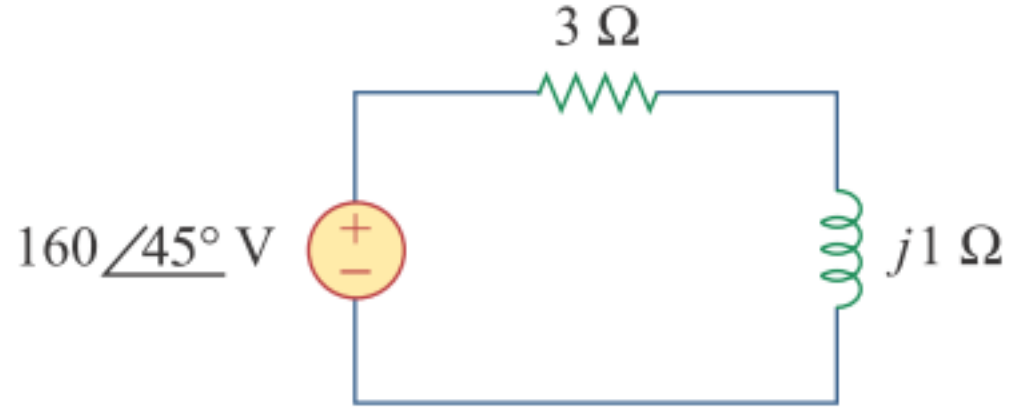


$$\mathbf{I}_R = \mathbf{I} = 1.118\angle 56.57^\circ \text{ A} \quad \mathbf{V}_R = 4\mathbf{I}_R = 4.472\angle 56.57^\circ \text{ V}$$

$$P = \frac{1}{2}(4.472)(1.118) = 2.5 \text{ W}$$

# Ortalama Güç

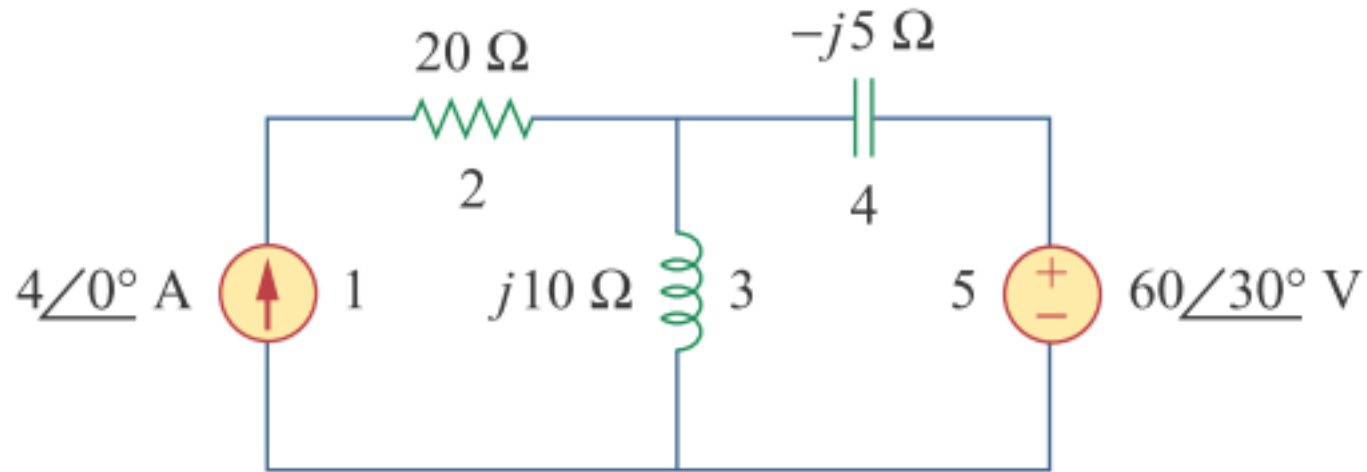
Ödev: Verilen devrede kaynak tarafından sağlanan gücü, bobinin ve direncin tükettiği gücü hesaplayınız.



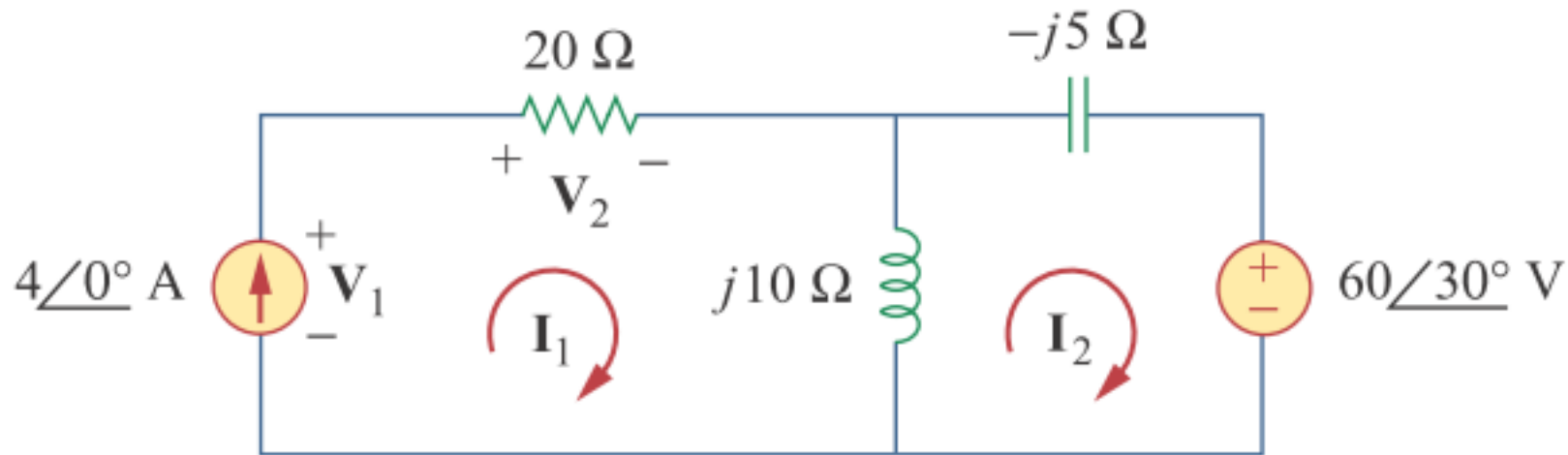
3.84 kW, 0 W, 3.84 kW.

# Ortalama Güç

Soru: Verilen devrede her kaynak ve pasif devre elemanları tarafından üretilen ve tüketilen gücü hesaplayınız.



# Ortalama Güç



$$(j10 - j5)\mathbf{I}_2 - j10\mathbf{I}_1 + 60\angle 30^\circ = 0, \quad \mathbf{I}_1 = 4\text{ A}$$

$$j5\mathbf{I}_2 = -60\angle 30^\circ + j40 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_2 = -12\angle -60^\circ + 8 \\ = 10.58\angle 79.1^\circ\text{ A}$$

$$P_5 = \frac{1}{2}(60)(10.58) \cos(30^\circ - 79.1^\circ) = 207.8\text{ W}$$

# Ortalama Güç

---

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1 &= 20\mathbf{I}_1 + j10(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 80 + j10(4 - 2 - j10.39) \\ &= 183.9 + j20 = 184.984 \angle 6.21^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$P_1 = -\frac{1}{2}(184.984)(4) \cos(6.21^\circ - 0) = -367.8 \text{ W}$$

$$20\mathbf{I}_1 = 80 \angle 0^\circ \quad \mathbf{I}_1 = 4 \angle 0^\circ \quad \mathbf{I}_2 = 10.58 \angle 79.1^\circ$$

$$P_2 = \frac{1}{2}(80)(4) = 160 \text{ W}$$

$$-j5\mathbf{I}_2 = (5 \angle -90^\circ)(10.58 \angle 79.1^\circ)$$

$$P_4 = \frac{1}{2}(52.9)(10.58) \cos(-90^\circ) = 0$$

## Ortalama Güç

---

$$\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2 = 2 - j10.39 = 10.58 \angle -79.1^\circ$$

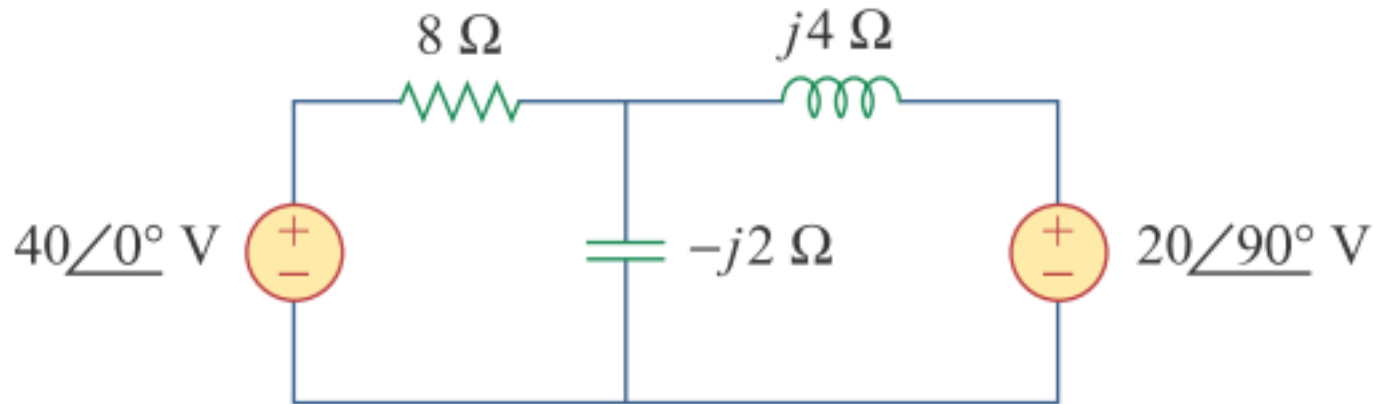
$$j10(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 10.58 \angle -79.1^\circ + 90^\circ$$

$$P_3 = \frac{1}{2}(105.8)(10.58) \cos 90^\circ = 0$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = -367.8 + 160 + 0 + 0 + 207.8 = 0$$

# Ortalama Güç

Ödev: Verilen devrede her kaynak ve pasif devre elemanları tarafından üretilen ve tüketilen gücü hesaplayınız.

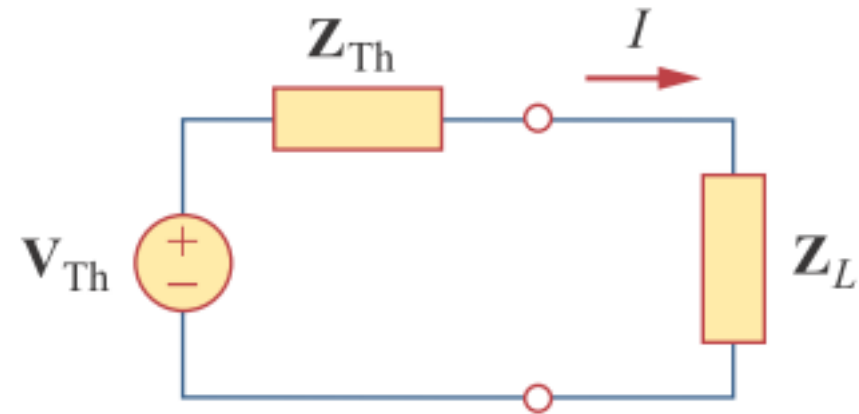
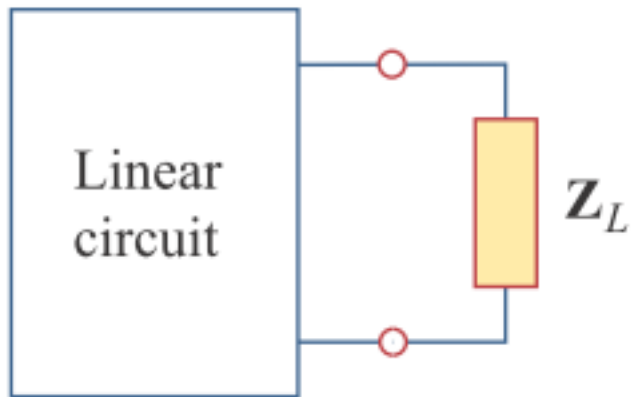


40-V Voltage source:  $-60$  W;  $j20$ -V Voltage source:  $-40$  W;

resistor:  $100$  W; others:  $0$  W.



# Maksimum Ortalama Güç Transferi



$$Z_L = R_L + jX_L = R_{Th} - jX_{Th} = Z_{Th}^*$$

Yüke aktarılan max güç:

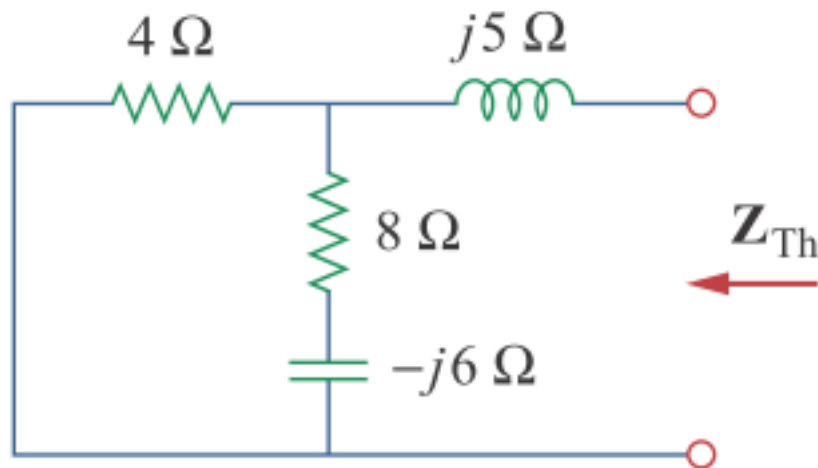
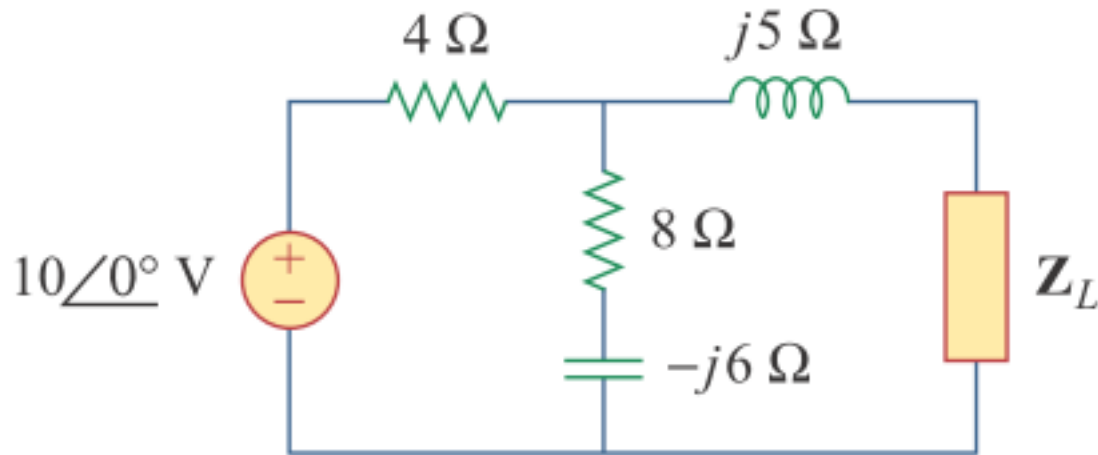
$$P_{max} = \frac{1}{2} \frac{(|V_{Th}|/2)^2}{R_{Th}} = \frac{|V_{Th}|^2}{8R_{Th}}$$

Eğer yük sadece resistif ise:

$R_L = |Z_{Th}|$   
olmalıdır.

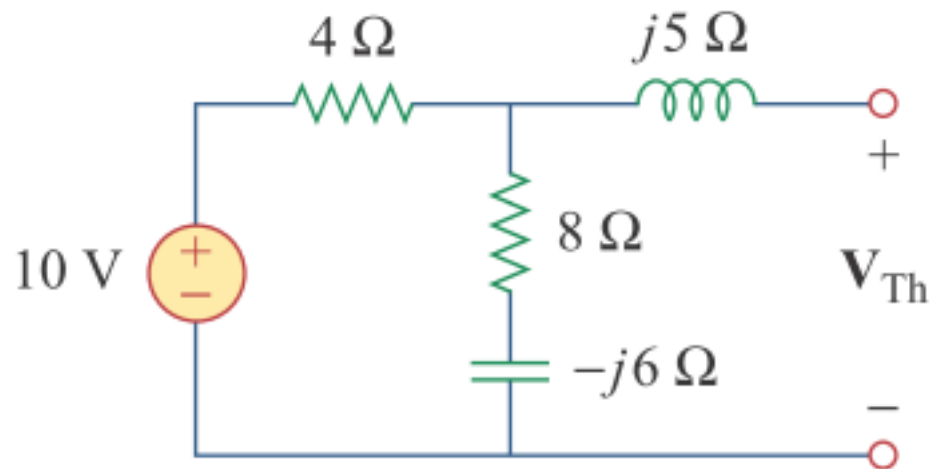
# Maksimum Ortalama Güç Transferi

Soru: Yüke ( $Z_L$ ) maksimum güç transferi yapılabilmesi için  $Z_L$  ne olmalıdır? Yapılan max güç transferi nedir?



$$\begin{aligned} Z_{Th} &= j5 + 4 \parallel (8 - j6) = \\ &= j5 + \frac{4(8 - j6)}{4 + 8 - j6} = \\ &= 2.933 + j4.467 \Omega \end{aligned}$$

# Maksimum Ortalama Güç Transferi



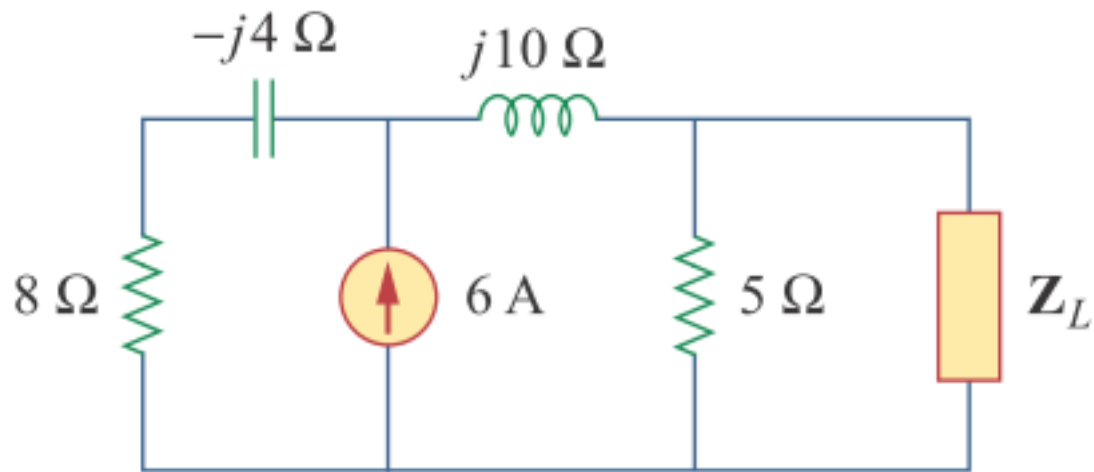
$$\mathbf{V}_{Th} = \frac{8 - j6}{4 + 8 - j6}(10) = 7.454 \angle -10.3^\circ \text{ V}$$

$$\mathbf{Z}_L = \mathbf{Z}_{Th}^* = 2.933 - j4.467 \Omega$$

$$P_{\max} = \frac{|\mathbf{V}_{Th}|^2}{8R_{Th}} = \frac{(7.454)^2}{8(2.933)} = 2.368 \text{ W}$$

# Maksimum Ortalama Güç Transferi

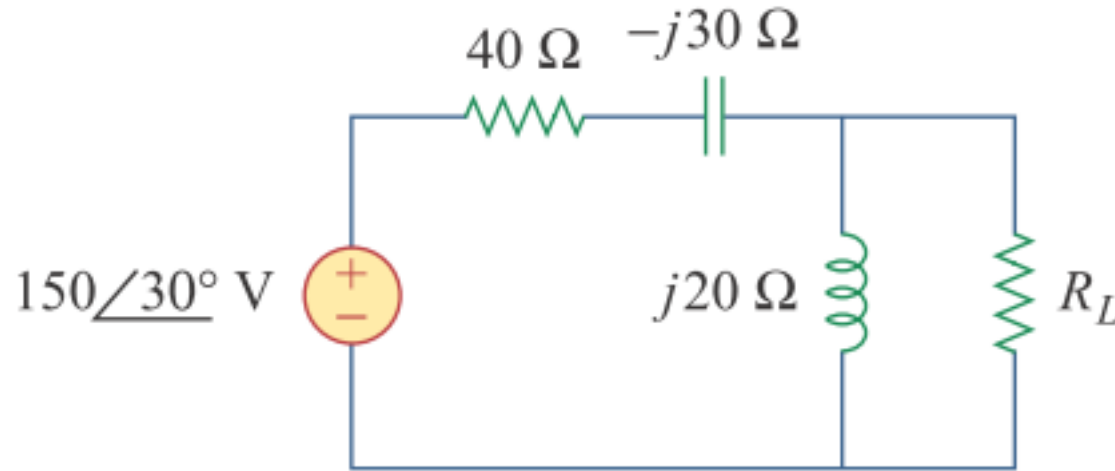
Ödev:  $Z_L$ 'ye maksimum güç transferi yapılabilmesi için  $Z_L$  ne olmalıdır? Yapılan max güç transferi nedir?



$$3.415 - j0.7317\ \Omega, 12.861\ \text{W}.$$

# Maksimum Ortalama Güç Transferi

Soru: Maksimum ortalama güç tüketimi için  $R_L$  ne olmalıdır?  
 $R_L$ 'ye yapılan güç transferi nedir?



$$\mathbf{Z}_{\text{Th}} = (40 - j30) \parallel j20 = \frac{j20(40 - j30)}{j20 + 40 - j30} = 9.412 + j22.35 \Omega$$

$$\mathbf{V}_{\text{Th}} = \frac{j20}{j20 + 40 - j30} (150\angle 30^\circ) = 72.76\angle 134^\circ \text{ V}$$

# Maksimum Ortalama Güç Transferi

---

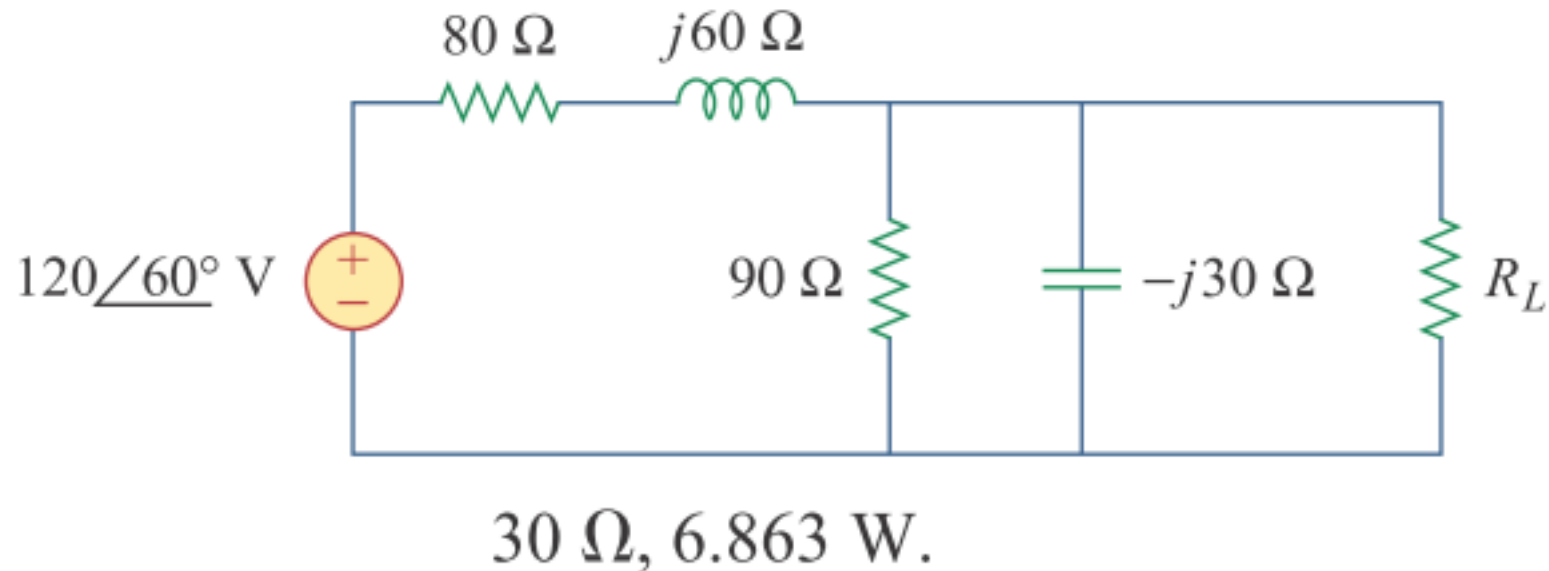
$$R_L = |\mathbf{Z}_{Th}| = \sqrt{9.412^2 + 22.35^2} = 24.25 \Omega$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_{Th}}{\mathbf{Z}_{Th} + R_L} = \frac{72.76 \angle 134^\circ}{33.66 + j22.35} = 1.8 \angle 100.42^\circ \text{ A}$$

$$P_{\max} = \frac{1}{2} |\mathbf{I}|^2 R_L = \frac{1}{2} (1.8)^2 (24.25) = 39.29 \text{ W}$$

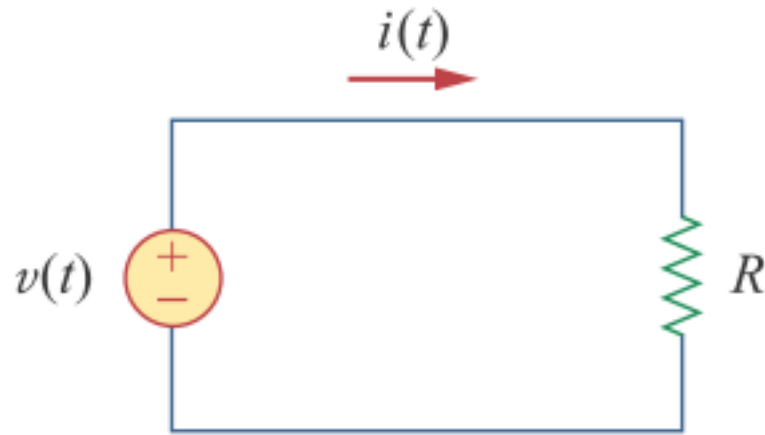
# Maksimum Ortalama Güç Transferi

Ödev: Verilen devrede direnç maksimum ortalama güç çekecek şekilde ayarlanmıştır: Direnç ve çektiği gücü bulunuz.



# Etkin Değer veya RMS Değeri

Bir periyodik akım veya gerilimin etkin değeri, aynı ortalama güç tüketimine neden olabilecek DC değeridir.



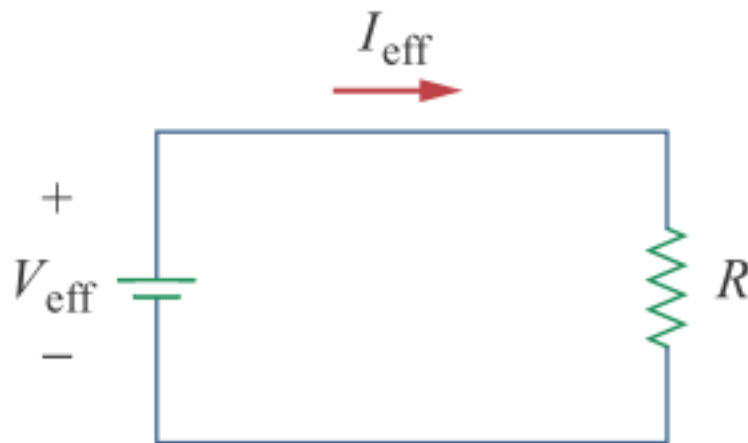
(a)

AC devrede direnç tarafından tüketilen ortalama güç:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 R dt = \frac{R}{T} \int_0^T i^2 dt$$

Aynı güç DC kaynaktan sağlansaydı:

$$P = I_{\text{eff}}^2 R$$



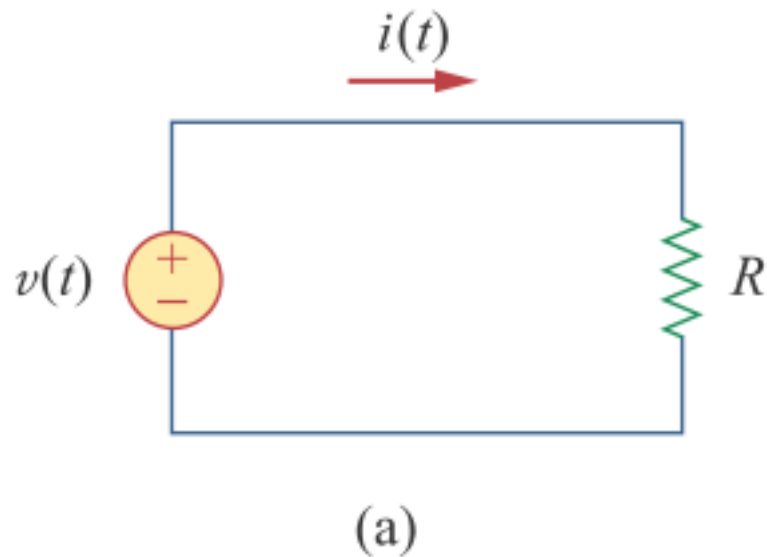
(b)

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$



# Etkin Değer veya RMS Değeri

Bir periyodik akım veya gerilimin etkin değeri, aynı ortalama güç tüketimine neden olabilecek DC değeridir.

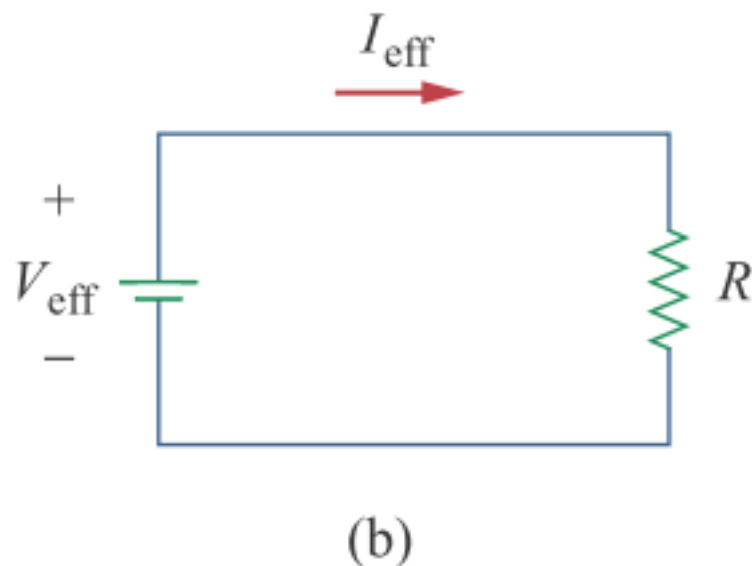


$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

$$V_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2 dt}$$

$$I_{\text{eff}} = I_{\text{rms}}, \quad V_{\text{eff}} = V_{\text{rms}}$$

Herhangi bir periyodik sinyala için



$$X_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt}$$

# Etkin Değer veya RMS Değeri

$$i(t) = I_m \cos \omega t$$

$$\cos^2(x) = \frac{1}{2} + \frac{\cos(2x)}{2}$$

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cos^2 \omega t dt}$$

Kolay hesaplamak için  $f=1$  olsun

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \int_0^T \frac{1}{2} (1 + \cos 2\omega t) dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} \left( \int_0^1 dt + \int_0^1 \cos(2\pi t) dt \right)}$$

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} \left( T + \int_0^1 \cos(2\pi t) dt \right)} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

## Etkin Değer veya RMS Değeri

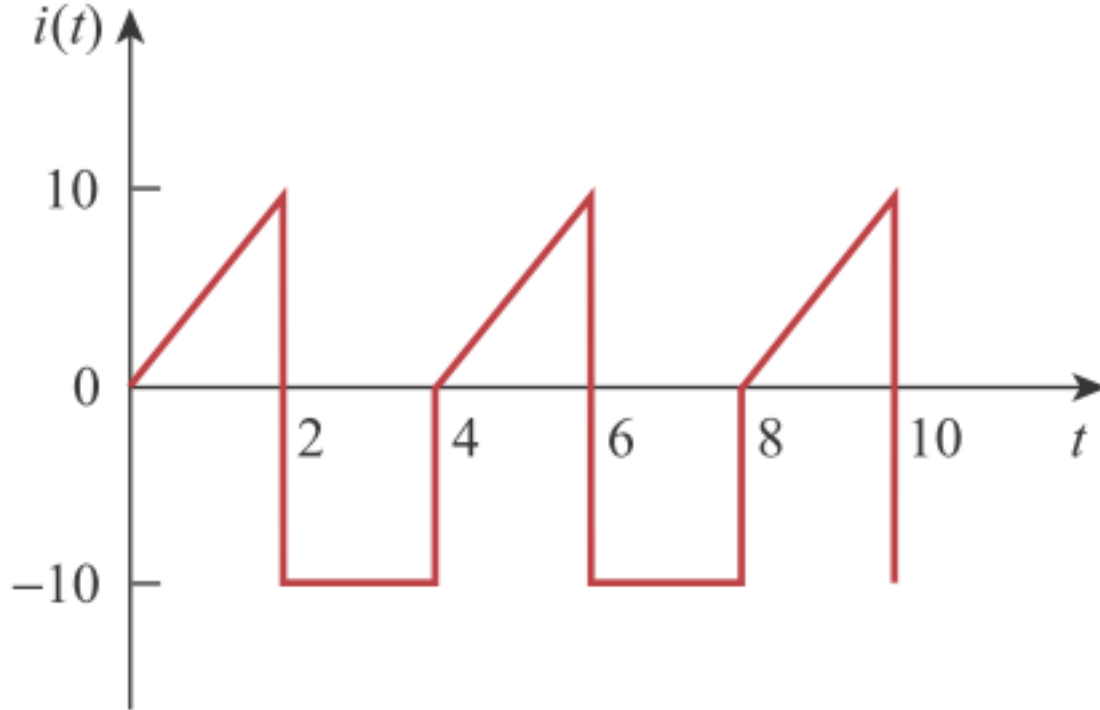
$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos(\theta_v - \theta_i) \\ &= V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\theta_v - \theta_i) \end{aligned}$$

Bir direnç tarafından tüketilen güç:

$$P = I_{\text{rms}}^2 R = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R}$$

## Etkin Değer veya RMS Değeri

Soru: Grafikte bir akımın dalga formu verilmiştir. Bu akımın rms değerini bulunuz. Eğer bu akım  $2 \Omega$  dirençten geçiyorsa dirençte tüketilen gücü bulunuz.



## Etkin Değer veya RMS Değeri

$$T = 4.$$

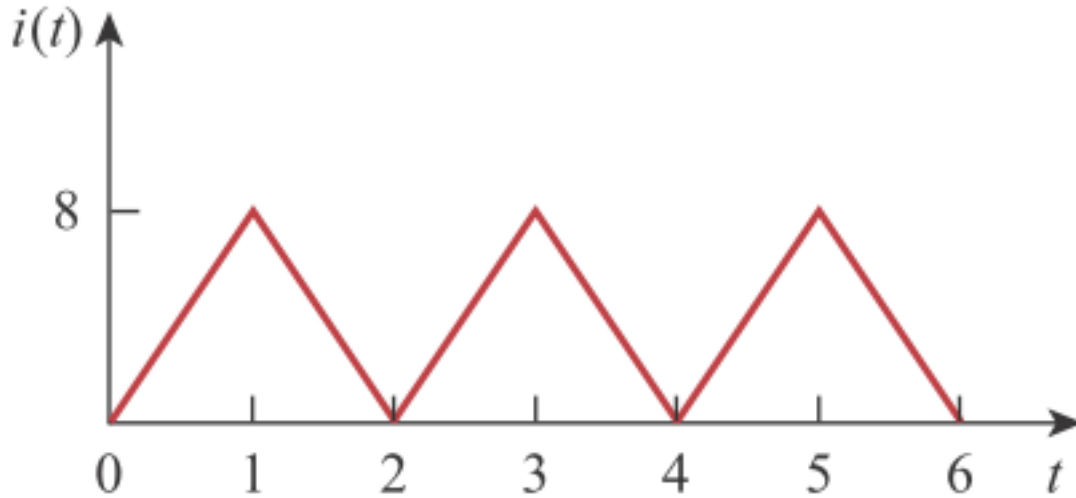
$$i(t) = \begin{cases} 5t, & 0 < t < 2 \\ -10, & 2 < t < 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} I_{\text{rms}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{4} \left[ \int_0^2 (5t)^2 dt + \int_2^4 (-10)^2 dt \right]} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4} \left[ 25 \frac{t^3}{3} \Big|_0^2 + 100t \Big|_2^4 \right]} = \sqrt{\frac{1}{4} \left( \frac{200}{3} + 200 \right)} = 8.165 \text{ A} \end{aligned}$$

$$P = I_{\text{rms}}^2 R = (8.165)^2 (2) = 133.3 \text{ W}$$

## Etkin Değer veya RMS Değeri

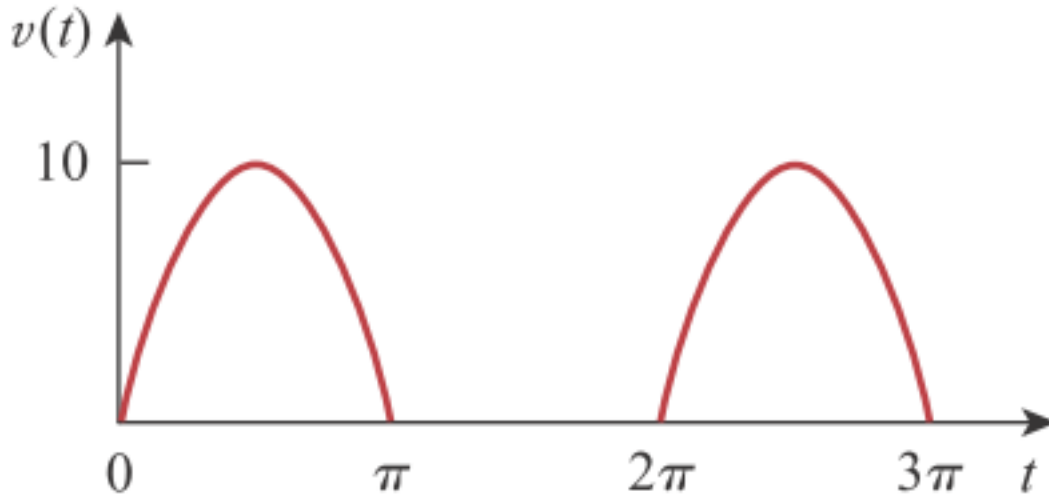
Ödev: Grafikte bir akımın dalga formu verilmiştir. Bu akımın rms değerini bulunuz. Eğer bu akım  $9 \Omega$  dirençten geçiyorsa dirençte tüketilen gücü bulunuz.



4.318 A, 192 W.

# Etkin Değer veya RMS Değeri

Aşağıda yarım dalga doğrultulmuş bir sinüs sinyali verilmiştir. Bu gerilim sinyalinin rms değerini bulunuz. Bu voltaj  $10\Omega$  dirence uygulanmışsa, dirençte tüketilen gücü bulunuz.



$$v(t) = \begin{cases} 10 \sin t, & 0 < t < \pi \\ 0, & \pi < t < 2\pi \end{cases}$$

$$V_{\text{rms}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \left[ \int_0^{\pi} (10 \sin t)^2 dt + \int_{\pi}^{2\pi} 0^2 dt \right]$$

# Etkin Değer veya RMS Değeri

$$\sin^2 t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2t)$$

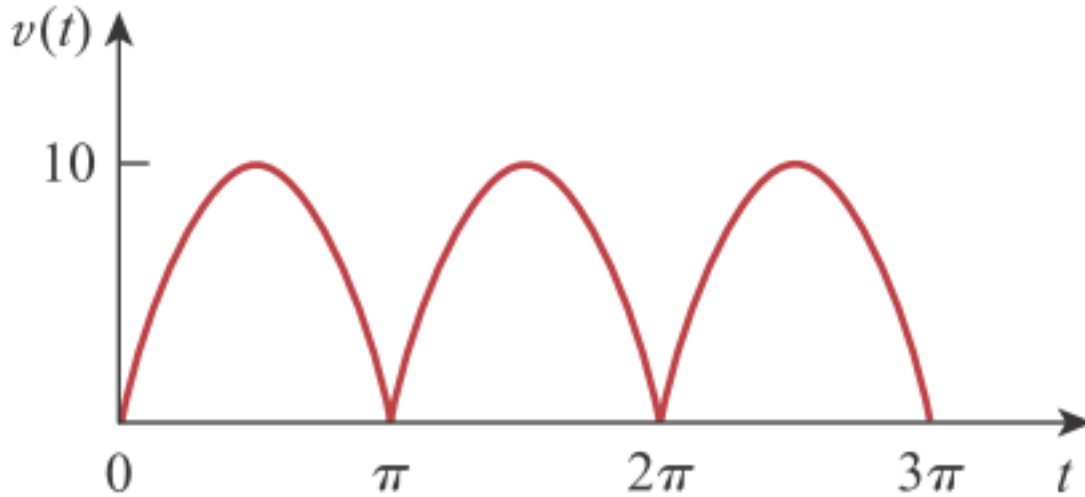
$$\begin{aligned} V_{\text{rms}}^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{100}{2} (1 - \cos 2t) dt = \frac{50}{2\pi} \left( t - \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_0^\pi \\ &= \frac{50}{2\pi} \left( \pi - \frac{1}{2} \sin 2\pi - 0 \right) = 25, \quad V_{\text{rms}} = 5 \text{ V} \end{aligned}$$

$$P = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R} = \frac{5^2}{10} = 2.5 \text{ W}$$



## Etkin Değer veya RMS Değeri

Ödev: Aşağıda tam dalga doğrultulmuş bir sinüs sinyali verilmiştir. Bu gerilim sinyalinin rms değerini bulunuz. Bu voltaj  $6\Omega$  dirence uygulanmışsa, dirençte tüketilen gücü bulunuz.



7.071 V, 8.333 W.

# Görünen Güç ve Güç Faktörü

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v) \quad \text{and} \quad i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$\mathbf{V} = V_m \underline{\angle \theta_v} \quad \text{and} \quad \mathbf{I} = I_m \underline{\angle \theta_i}, \quad P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\theta_v - \theta_i) = S \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \quad \text{pf} = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Ortalama güç iki terimin çarpımı olarak ifade edilebilir.  $V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}$  çarpımı görünen güçtür ( $S$ ).  $\cos(\theta_v - \theta_i)$  ise güç faktörü (power factor - pf) olarak isimlendirilir. Görünen güç voltaj ve akımın rms değerlerinin çarpımıdır ve birimi volt-ampere (VA).

# Görünen Güç ve Güç Faktörü

Gerilim ile akım arasındaki faz farkının cosinüsü güç faktörüdür. Aynı zamanda yük empedansının açısının cosinüsüdür.

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{\mathbf{V}_{\text{rms}}}{\mathbf{I}_{\text{rms}}} = \frac{V_{\text{rms}}}{I_{\text{rms}}} \angle \theta_v - \theta_i$$

$$\text{pf} = \frac{P}{S} = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Saf resistif yük için  $\theta_v - \theta_i = 0$ ,  $\text{pf}=1$

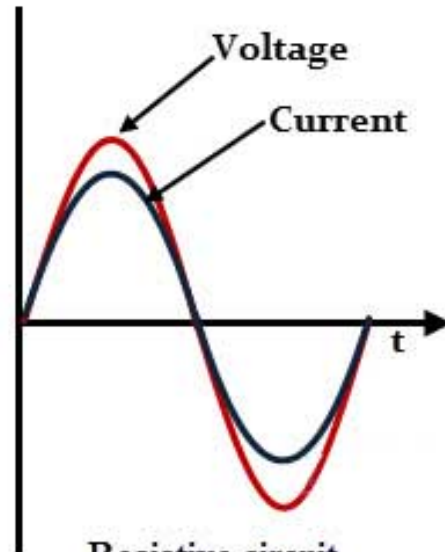
Saf reaktif yük için  $\theta_v - \theta_i = \pm 90$ ,  $\text{pf}=0$

Güç faktörünün **ileride** veya **geride** olduğu ifade edilir.

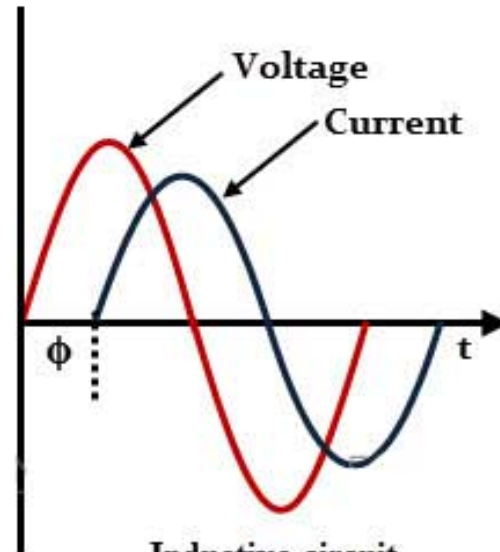
Akım voltajın ilerisinde ise  $\text{pf}$  ileridedir, yük kapasitiftir.

Akım voltajın gerisinde ise  $\text{pf}$  geridedir, yük indüktiftir.

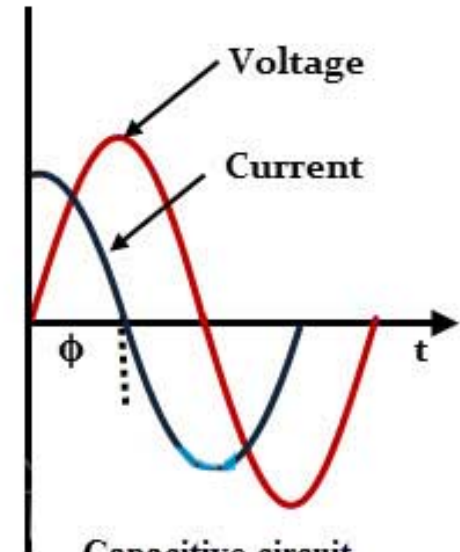
# Görünen Güç ve Güç Faktörü



Resistive circuit  
 $\phi = 0$ , Unity Power factor



Inductive circuit  
Lagging Power factor

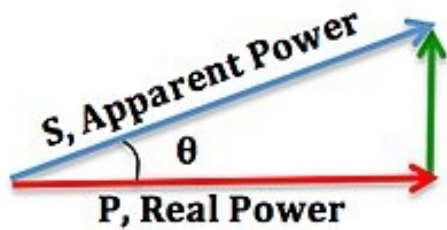


Capacitive circuit  
Leading Power factor

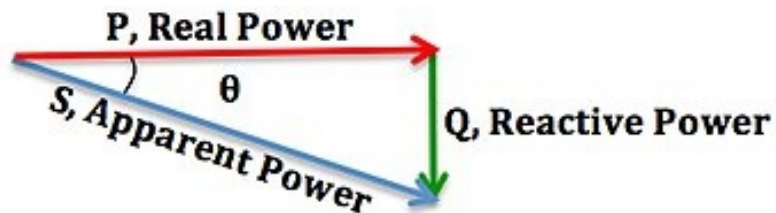
İndüktif devre  
PF geride

Kapasitif devre  
PF ileride

Lagging Power Factor



Leading Power Factor



## Görünen Güç ve Güç Faktörü

Soru: Aşağıda verilen voltaj ve akım değerleri bir yük üzerinde görülüyorsa, görünen güç ve güç faktörünü bulunuz. Yükün hangi devre bileşenlerinden oluştuğunu ve büyüklüklerini bulunuz.

$$i(t) = 4 \cos(100\pi t + 10^\circ) \text{ A} \quad v(t) = 120 \cos(100\pi t - 20^\circ) \text{ V}$$

$$S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} = \frac{120}{\sqrt{2}} \frac{4}{\sqrt{2}} = 240 \text{ VA}$$

$$\text{pf} = \cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(-20^\circ - 10^\circ) = 0.866$$

Akım voltajın ilerisinde olduğu için güç faktörü de ileridedir.

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{120 \angle -20^\circ}{4 \angle 10^\circ} = 30 \angle -30^\circ = 25.98 - j15 \Omega$$

## Görünen Güç ve Güç Faktörü

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{120 \angle -20^\circ}{4 \angle 10^\circ} = 30 \angle -30^\circ = 25.98 - j15 \Omega$$

$$X_C = -15 = -\frac{1}{\omega C} \quad C = \frac{1}{15\omega} = \frac{1}{15 \times 100\pi} = 212.2 \mu\text{F}$$

# Görünen Güç ve Güç Faktörü

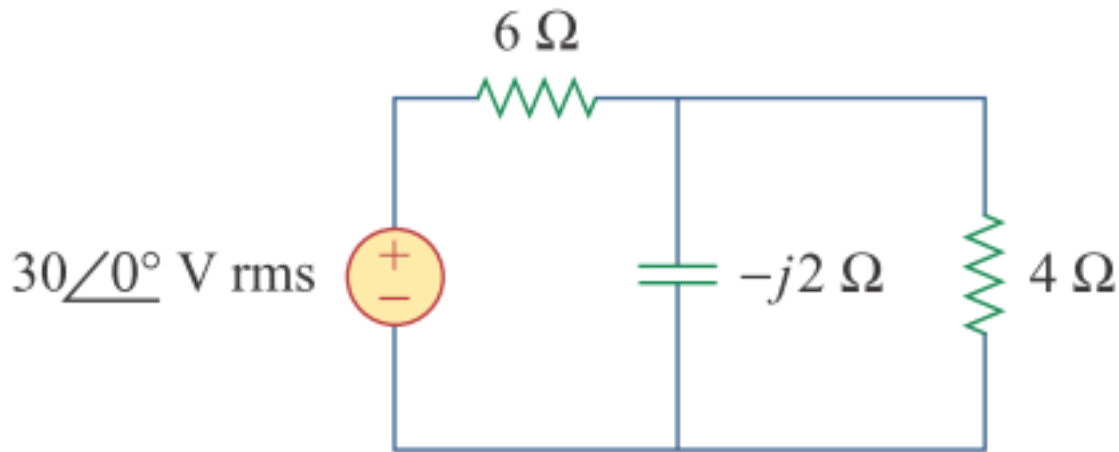
Ödev: Aşağıda verilen voltaj ve empedans değerleri için görünen güç ve güç faktörünü bulunuz.

$$\mathbf{Z} = 60 + j40 \Omega$$

$$v(t) = 160 \cos(377t + 10^\circ) \text{ V.}$$

$$0.8321 \text{ lagging, } 177.5 / \underline{33.69^\circ} \text{ VA.}$$

# Görünen Güç ve Güç Faktörü



Soru: Kaynak tarafından görülen güç faktörünü bulunuz. Kaynağın sağladığı gücü hesaplayınız.

$$\mathbf{Z} = 6 + 4 \parallel (-j2) = 6 + \frac{-j2 \times 4}{4 - j2} = 6.8 - j1.6 = \underline{7\angle -13.24^\circ} \Omega$$

$$\text{pf} = \cos(-13.24) = 0.9734 \quad \text{ileride}$$

$$\mathbf{I}_{\text{rms}} = \frac{\mathbf{V}_{\text{rms}}}{\mathbf{Z}} = \frac{30\angle 0^\circ}{\underline{7\angle -13.24^\circ}} = 4.286\angle 13.24^\circ \text{ A}$$

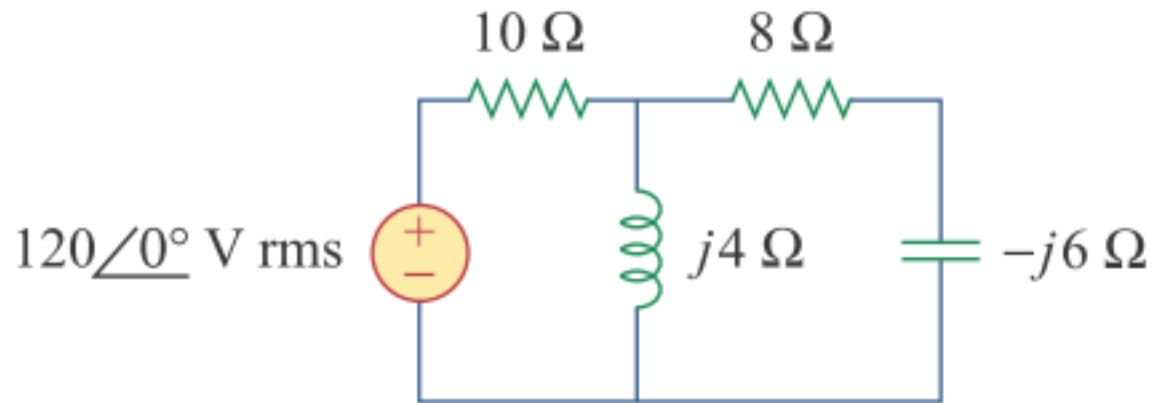
$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \text{pf} = (30)(4.286)0.9734 = 125 \text{ W}$$

$$P = I_{\text{rms}}^2 R = (4.286)^2(6.8) = 125 \text{ W}$$



# Görünen Güç ve Güç Faktörü

Ödev: Kaynak tarafından görülen güç faktörünü bulunuz.  
Kaynağın sağladığı gücü hesaplayınız.



0.936 lagging, 1.062 kW.  
geri

# Karmaşık Güç

Yükün tüm etkisi Karmaşık Güç ile gösterilebilir.

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \mathbf{V} \mathbf{I}^* \quad \mathbf{S} = \mathbf{V}_{\text{rms}} \mathbf{I}_{\text{rms}}^*$$

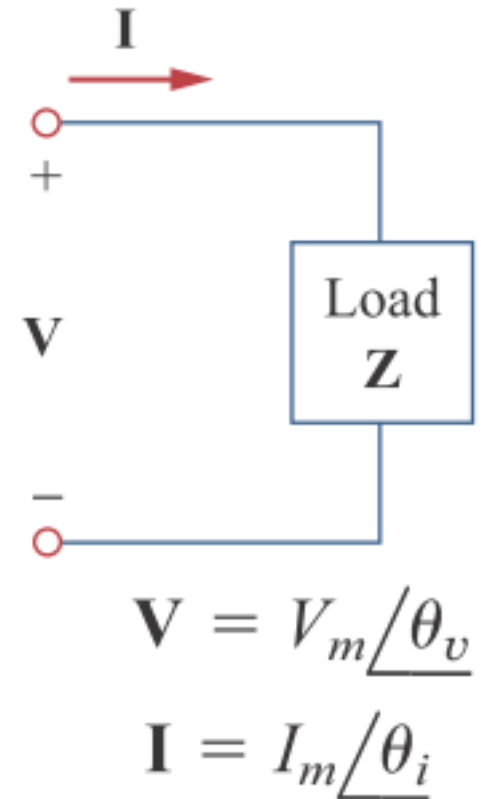
$$\mathbf{V}_{\text{rms}} = \frac{\mathbf{V}}{\sqrt{2}} = V_{\text{rms}} \angle \theta_v$$

$$\mathbf{I}_{\text{rms}} = \frac{\mathbf{I}}{\sqrt{2}} = I_{\text{rms}} \angle \theta_i$$

$$\mathbf{S} = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \angle \theta_v - \theta_i$$

$$= V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\theta_v - \theta_i) + j V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin(\theta_v - \theta_i)$$

$$\mathbf{S} = I_{\text{rms}}^2 \mathbf{Z} = \frac{V_{\text{rms}}^2}{\mathbf{Z}^*} = \mathbf{V}_{\text{rms}} \mathbf{I}_{\text{rms}}^*$$



# Karmaşık Güç

$$\mathbf{S} = I_{\text{rms}}^2(R + jX) = P + jQ$$

$$P = V_{\text{rms}}I_{\text{rms}} \cos(\theta_v - \theta_i), \quad Q = V_{\text{rms}}I_{\text{rms}} \sin(\theta_v - \theta_i)$$

$Q = 0$ : Resistif yük, güç faktörü beraber

$Q < 0$ : Kapasitif yük, güç faktörü önde

$Q > 0$ : İndüktif yük, güç faktörü geride.

# Karmaşık Güç

Karmaşık Güç  $\mathbf{S} = P + jQ = \mathbf{V}_{\text{rms}}(\mathbf{I}_{\text{rms}})^* = \mathbf{V}_{\text{rms}} \mathbf{I}_{\text{rms}} / \theta_v - \theta_i$

Görünen Güç  $S = |\mathbf{S}| = \mathbf{V}_{\text{rms}} \mathbf{I}_{\text{rms}} = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ VA}$

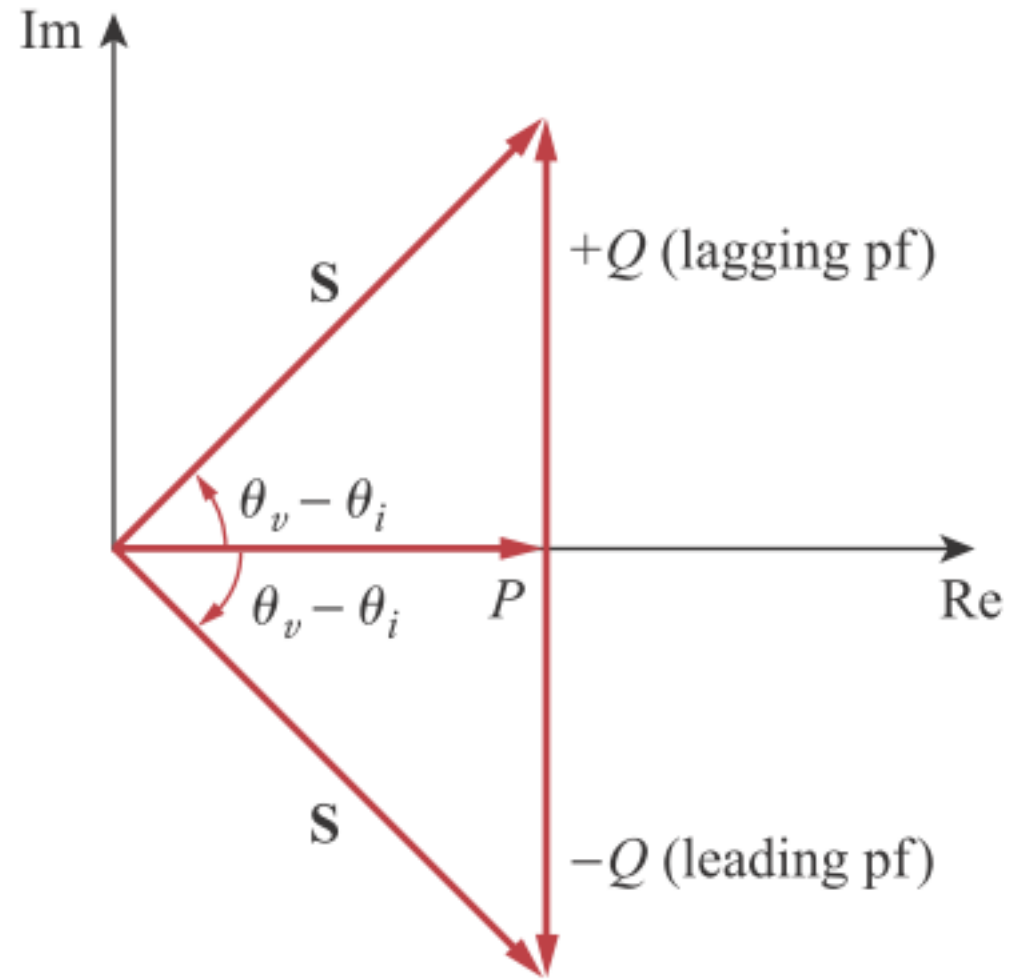
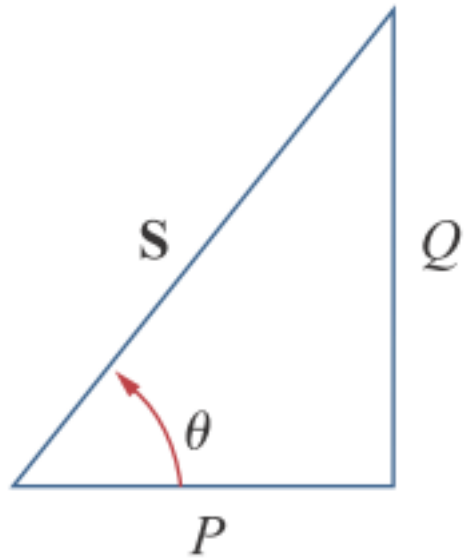
Aktif Güç  $P = \text{Re}(\mathbf{S}) = S \cos(\theta_v - \theta_i) \text{ Watt}$

Reaktif Güç  $Q = \text{Im}(\mathbf{S}) = S \sin(\theta_v - \theta_i) \text{ VAR}$

Güç Faktörü  $\frac{P}{S} = \cos(\theta_v - \theta_i)$

# Karmaşık Güç

## Güç Üçgeni



# Karmaşık Güç

$$v(t) = 60 \cos(\omega t - 10^\circ) \quad i(t) = 1.5 \cos(\omega t + 50^\circ) \text{ A.}$$

Soru: Bir yükün üzerindeki gerilim ve yükten geçen akım aşağıda verilmiştir.

- Karmaşık ve görünen gücü,
- Aktif ve reaktif gücü,
- Güç faktörünü ve yük empedansını bulunuz.

$$\mathbf{V}_{\text{rms}} = \frac{60}{\sqrt{2}} \angle -10^\circ, \quad \mathbf{I}_{\text{rms}} = \frac{1.5}{\sqrt{2}} \angle +50^\circ$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{V}_{\text{rms}} \mathbf{I}_{\text{rms}}^* = \left( \frac{60}{\sqrt{2}} \angle -10^\circ \right) \left( \frac{1.5}{\sqrt{2}} \angle -50^\circ \right) = 45 \angle -60^\circ \text{ VA}$$

$$S = |\mathbf{S}| = 45 \text{ VA}$$

# Karmaşık Güç

$$\mathbf{S} = 45 \angle -60^\circ = 45[\cos(-60^\circ) + j \sin(-60^\circ)] = 22.5 - j38.97$$

$$\mathbf{S} = P + jQ \quad P = 22.5 \text{ W} \quad Q = -38.97 \text{ VAR}$$

$\text{pf} = \cos(-60^\circ) = 0.5$       Reaktif güç negatif olduğu için önde

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{60 \angle -10^\circ}{1.5 \angle +50^\circ} = 40 \angle -60^\circ \Omega$$

# Karmaşık Güç

Ödev: Bir yükteki akım ve gerilim aşağıda verilmiştir.

a) Karmaşık ve görünen gücü,

b) Aktif ve reaktif gücü,

c) Güç faktörünü ve yük empedansını bulunuz.

$$\mathbf{V}_{\text{rms}} = 110 \angle 85^\circ \text{ V} \quad \mathbf{I}_{\text{rms}} = 0.4 \angle 15^\circ \text{ A}$$

$$\text{(a) } 44 \angle 70^\circ \text{ VA, } 44 \text{ VA, (b) } 15.05 \text{ W, } 41.35 \text{ VAR,}$$

$$\text{(c) } 0.342 \text{ (geri), } 94.06 + j258.4 \Omega$$



## Karmaşık Güç

Soru: Bir yük, 0.856 geri güç faktörü ile 120 V<sub>rms</sub> bir kaynaktan 12 kVA güç çekiyor. a) aktif ve reaktif gücü, b) akımın max değerini, c) yük empedansını bulunuz.

$$\text{pf} = \cos \theta = 0.856 \quad \theta = \cos^{-1} 0.856 = 31.13^\circ \quad S = 12,000 \text{ VA}$$

$$P = S \cos \theta = 12,000 \times 0.856 = 10.272 \text{ kW}$$

$$Q = S \sin \theta = 12,000 \times 0.517 = 6.204 \text{ kVA}$$

$$S = P + jQ = 10.272 + j6.204 \text{ kVA} \quad S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}^*$$

$$I_{\text{rms}}^* = \frac{S}{V_{\text{rms}}} = \frac{10,272 + j6,204}{120 \angle 0^\circ} = 85.6 + j51.7 \text{ A} = 100 \angle 31.13^\circ \text{ A}$$

$$I_{\text{rms}} = 100 \angle -31.13^\circ \quad I_m = \sqrt{2} I_{\text{rms}} = \sqrt{2}(100) = 141.4 \text{ A}$$

$$Z = \frac{V_{\text{rms}}}{I_{\text{rms}}} = \frac{120 \angle 0^\circ}{100 \angle -31.13^\circ} = 1.2 \angle 31.13^\circ \Omega$$

## Karmaşık Güç

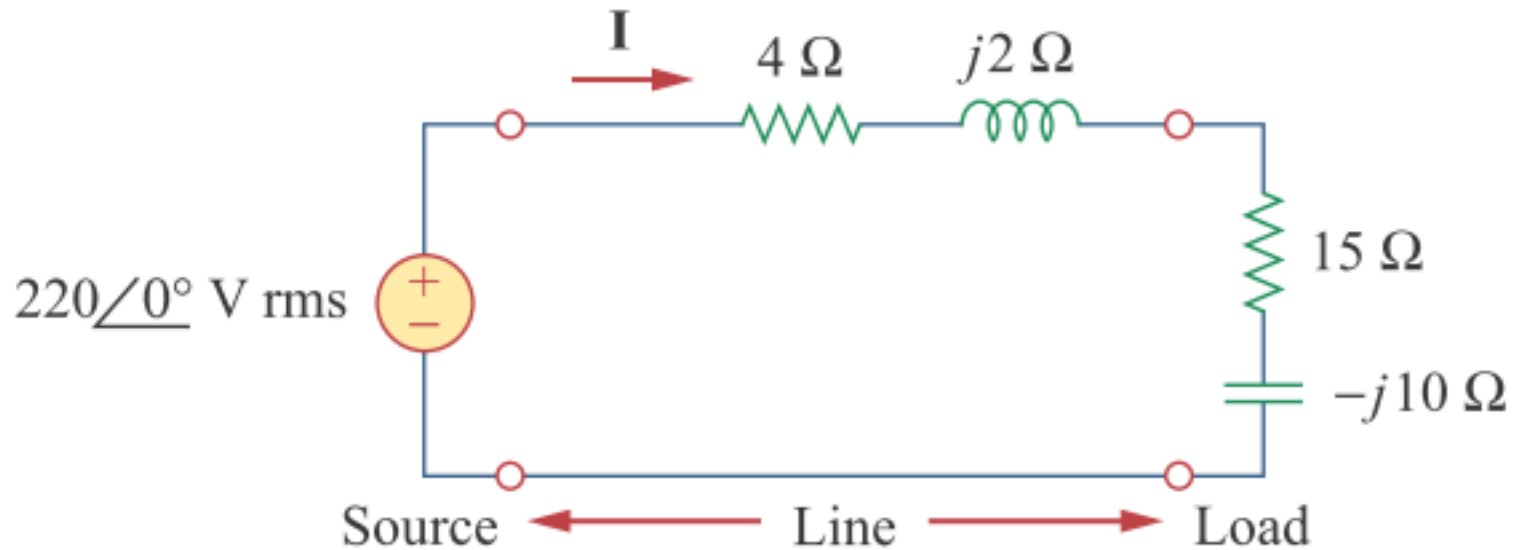
Ödev: Bir kaynak empedansı  $Z = 250\angle -75^\circ$  olan yüke 20kVAR reaktif güç sağlamaktadır.

a) Güç faktörü b) yükteki görünen gücü c) rms voltajını bulunuz.

(a) 0.2588 leading, (b) 20.71 kVA, (c) 2.275 kV.

# Karmaşık Güç

Soru: Verilen devrede yük bir voltaj kaynağı tarafından iletim hattından beslenmektedir. Hattın empedansı  $4 + j2\Omega$  ile temsil edilmektedir. Kaynak, hat ve yükün gerçek gücü ve reaktif gücünü hesaplayınız.



# Karmaşık Güç

$$\mathbf{Z} = (4 + j2) + (15 - j10) = 19 - j8 = 20.62 \underline{\underline{/ -22.83^\circ}} \Omega$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{Z}} = \frac{220 \underline{\underline{/ 0^\circ}}}{20.62 \underline{\underline{/ -22.83^\circ}}} = 10.67 \underline{\underline{/ 22.83^\circ}} \text{ A rms}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_s &= \mathbf{V}_s \mathbf{I}^* = (220 \underline{\underline{/ 0^\circ}})(10.67 \underline{\underline{/ -22.83^\circ}}) \\ &= 2347.4 \underline{\underline{/ -22.83^\circ}} = (2163.5 - j910.8) \text{ VA} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{\text{line}} &= (4 + j2)\mathbf{I} = (4.472 \underline{\underline{/ 26.57^\circ}})(10.67 \underline{\underline{/ 22.83^\circ}}) \\ &= 47.72 \underline{\underline{/ 49.4^\circ}} \text{ V rms} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{\text{line}} &= \mathbf{V}_{\text{line}} \mathbf{I}^* = (47.72 \underline{\underline{/ 49.4^\circ}})(10.67 \underline{\underline{/ -22.83^\circ}}) \\ &= 509.2 \underline{\underline{/ 26.57^\circ}} = 455.4 + j227.7 \text{ VA} \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{\mathbf{S}_{\text{line}} = |\mathbf{I}|^2 \mathbf{Z}_{\text{line}} = (10.67)^2 (4 + j2) = 455.4 + j227.7 \text{ VA}}}$$

# Karmaşık Güç

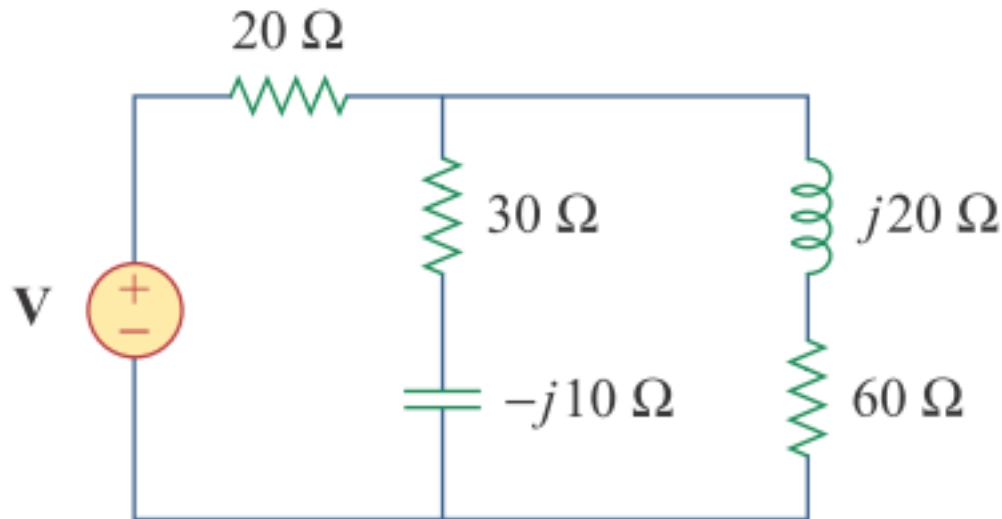
$$\begin{aligned}\mathbf{V}_L &= (15 - j10)\mathbf{I} = (18.03 \angle -33.7^\circ)(10.67 \angle 22.83^\circ) \\ &= 192.38 \angle -10.87^\circ \text{ V rms}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_L &= \mathbf{V}_L \mathbf{I}^* = (192.38 \angle -10.87^\circ)(10.67 \angle -22.83^\circ) \\ &= 2053 \angle -33.7^\circ = (1708 - j1139) \text{ VA}\end{aligned}$$

$$\mathbf{S}_s = \mathbf{S}_{\text{line}} + \mathbf{S}_L$$

# Karmaşık Güç

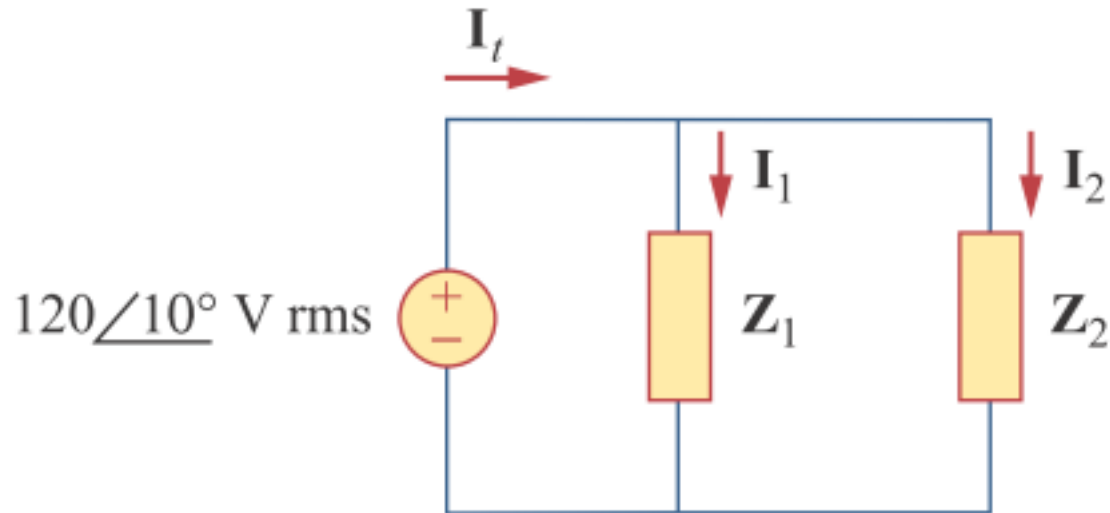
Ödev: Verilen devrede  $60\ \Omega$  direnç  $240\ \text{W}$  ortalama güç tüketiyor ise  $\mathbf{V}$  ve her dalın kompleks gücünü hesaplayınız. ( $60\ \Omega$  dirençten akan akımda faz kayması olmadığını farzedin.)



**Answer:**  $240.67 \angle 21.45^\circ\ \text{V}$  (rms); the  $20\text{-}\Omega$  resistor:  $656\ \text{VA}$ ; the  $(30 - j10)\ \Omega$  impedance:  $480 - j160\ \text{VA}$ ; the  $(60 + j20)\ \Omega$  impedance:  $240 + j80\ \text{VA}$ ; overall:  $1376 - j80\ \text{VA}$ .

# Karmaşık Güç

Soru: Verilen devrede  $\mathbf{Z}_1 = 60\angle-30^\circ$  ve  $\mathbf{Z}_2 = 40\angle45^\circ$  ise, görünen gücü, gerçek gücü, reaktif gücü ve güç faktörünü hesaplayınız.



$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_1} = \frac{120\angle10^\circ}{60\angle-30^\circ} = 2\angle40^\circ \text{ A rms}$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_2} = \frac{120\angle10^\circ}{40\angle45^\circ} = 3\angle-35^\circ \text{ A rms}$$

## Karmaşık Güç

$$\mathbf{S}_1 = \frac{V_{\text{rms}}^2}{\mathbf{Z}_1^*} = \frac{(120)^2}{60 \angle 30^\circ} = 240 \angle -30^\circ = 207.85 - j120 \text{ VA}$$

$$\mathbf{S}_2 = \frac{V_{\text{rms}}^2}{\mathbf{Z}_2^*} = \frac{(120)^2}{40 \angle -45^\circ} = 360 \angle 45^\circ = 254.6 + j254.6 \text{ VA}$$

$$\mathbf{S}_t = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 = 462.4 + j134.6 \text{ VA}$$

$$|\mathbf{S}_t| = \sqrt{462.4^2 + 134.6^2} = 481.6 \text{ VA.}$$

$$P_t = \text{Re}(\mathbf{S}_t) = 462.4 \text{ W or } P_t = P_1 + P_2.$$

$$Q_t = \text{Im}(\mathbf{S}_t) = 134.6 \text{ VAR or } Q_t = Q_1 + Q_2.$$

$$\text{pf} = P_t / |\mathbf{S}_t| = 462.4 / 481.6 = 0.96 \text{ geride}$$



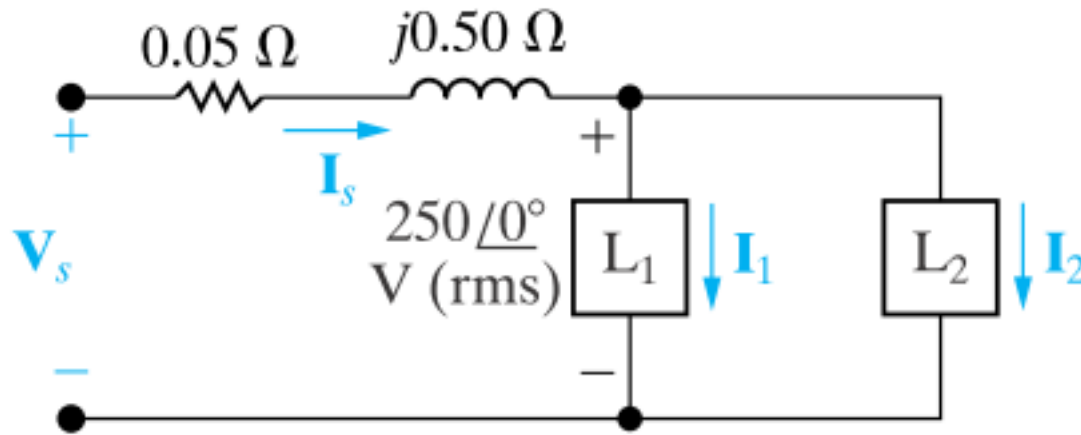
## Karmaşık Güç

Ödev: Paralel bağlı iki yük sırasıyla ileri 0.75 güç faktörü ile 2 kW ve geri 0.95 güç faktörü ile 4 kW güç geçmektedir. Kaynak tarafından sağlanan karmaşık gücü ve iki yükün güç faktörünü hesaplayınız.

$$0.9972 \text{ (leading)}, 6 - j0.4495 \text{ kVA.}$$

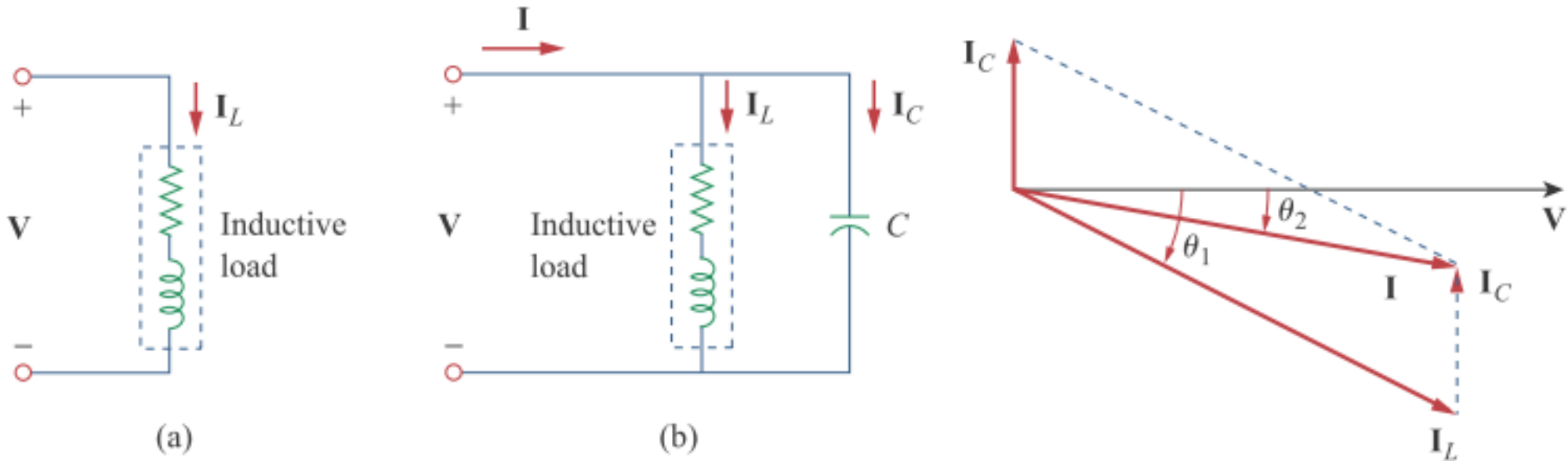
# Karmaşık Güç

Ödev: Verilen devrede 1. Yük 8 kW ileri 0.8 güç faktörü ile çalışmaktadır. Yük 2 0.6 geri güç faktöründe 20 kVA güç çekmektedir. a) Her iki yükün güç faktörünü b) Yükleri beslemek için gerekli olan görünen gücü,  $I_s$  ve iletim hattındaki kaybı c) Kaynağın frekansı 60 Hz ise güç faktörünü 1 yapmak için gerekli olan kapasitörü bulunuz. Güç faktörü 1 olduktan sonra (b)'deki hesaplamaları tekrar yapınız.

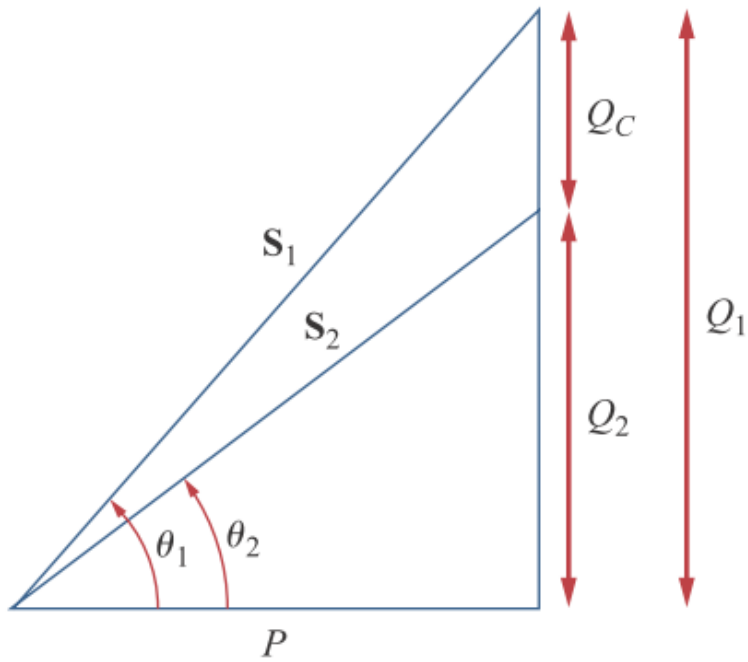


# Güç Faktörü Düzeltme

Güç faktörünün, orjinal yüke gelen akım veya voltajın değiştirilmeden arttırılmasına güç faktörü düzeltme (power factor correction) denir.



# Güç Faktörü Düzeltme



$$P = S_1 \cos \theta_1,$$

$$Q_1 = S_1 \sin \theta_1 = P \tan \theta_1$$

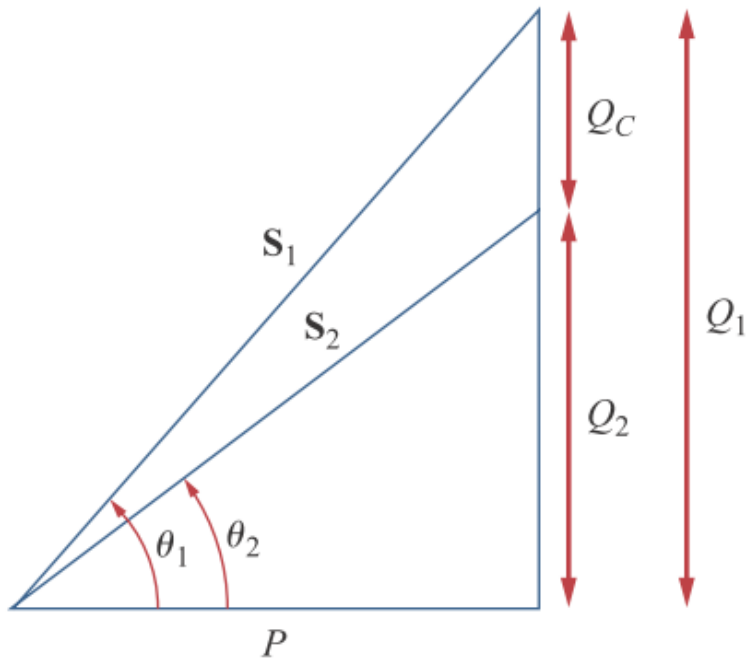
Eğer güç faktörünü  $\cos(\theta_1)$ 'den  $\cos(\theta_2)$ 'ye gerçek gücü değiştirmeden ( $P = S_2 \cos(\theta_2)$ ) değiştirmek istersek:

$$Q_2 = P \tan \theta_2$$

Reaktif güçteki düşmeye şönt kapasitör neden olur.

$$Q_C = Q_1 - Q_2 = P(\tan \theta_1 - \tan \theta_2)$$

# Güç Faktörü Düzeltme



$$Q_C = Q_1 - Q_2 = P(\tan\theta_1 - \tan\theta_2)$$

$$S = \frac{V_{\text{rms}}^2}{Z^*}$$

$$Q_C = V_{\text{rms}}^2 / X_C = \omega C V_{\text{rms}}^2$$

$$C = \frac{Q_C}{\omega V_{\text{rms}}^2} = \frac{P(\tan\theta_1 - \tan\theta_2)}{\omega V_{\text{rms}}^2}$$

## Güç Faktörü Düzeltme

Soru: 4 kW pf=0.8 geri bir yük 120 V<sub>rms</sub> 60 Hz iletim hattına bağlanmıştır. pf=0.95 yapılması için bağlanması gereken kapasitör nedir?

$$\cos\theta_1 = 0.8 \quad \theta_1 = 36.87^\circ \quad S_1 = \frac{P}{\cos\theta_1} = \frac{4000}{0.8} = 5000 \text{ VA}$$

$$Q_1 = S_1 \sin\theta = 5000 \sin 36.87 = 3000 \text{ VAR}$$

$$\cos\theta_2 = 0.95 \quad \Rightarrow \quad \theta_2 = 18.19^\circ$$

$$S_2 = \frac{P}{\cos\theta_2} = \frac{4000}{0.95} = 4210.5 \text{ VA} \quad Q_2 = S_2 \sin\theta_2 = 1314.4 \text{ VAR}$$

$$Q_C = Q_1 - Q_2 = 3000 - 1314.4 = 1685.6 \text{ VAR}$$

$$C = \frac{Q_C}{\omega V_{\text{rms}}^2} = \frac{1685.6}{2\pi \times 60 \times 120^2} = 310.5 \mu\text{F}$$

# Güç Faktörü Düzeltme

Ödev: Yük 110 V(rms) 60 Hz hattan besleniyorsa,  $pf=0.85$  geri, 140 kVAR yükün güç faktörünü bir yapmak için bağlanması gereken paralel kapasitans ne olmalıdır.

30.69 mF.